Induction

(Convertisseurs électromécaniques)

Pour réviser le cours

EXERCICE 1 Génératrice synchrone (⋆)

On considère une bobine de N spires jointives de surface S, entraînée à la vitesse de rotation $\vec{\omega} = \omega(t)\,\vec{u_z}$. La bobine est plongée dans un champ magnétique $\vec{B} = B\,\vec{u_x}$.

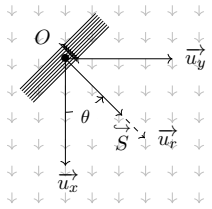


Figure 1 – Génératrice synchrone

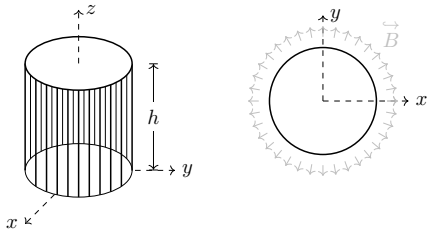
À l'instant initial, le vecteur surface $\vec{S} = S\ \vec{u_r}$ de la spire est colinéaire au champ magnétique $\vec{B}$.

1. Calculer la force électromotrice induite dans le bobinage et justifier l'appellation de générateur synchrone. Dans le cas où ce système constitue un générateur électrique, d'où provient la source d'énergie ?
2. On branche aux bornes du générateur une résistance R. En déduire l'intensité i traversant le circuit, le moment $\vec{\tau}$ des forces de Laplace, puis la puissance $\mathcal{P}_{\text{méca}}$ mécanique fournie à la spire. Justifier le fait que la puissance mécanique ressentie soit constante.
3. Calculer la puissance électrique $\mathcal{P}_{\text{élec}}$ reçue par la résistance R et conclure.

L'essentiel

EXERCICE 2 Moteur à courant continu (⋆)

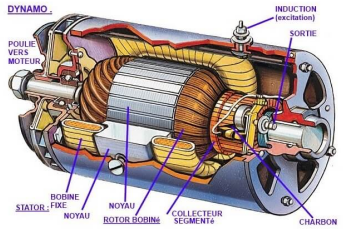
Le bobinage du rotor d'un moteur électrique est constitué de N fils disposés suivant les génératrices d'un cylindre d'axe Oz, de rayon r et de hauteur h. Chacun des fils est parcouru par un courant constant d'intensité $i(t)$. L'ensemble est placé dans un champ magnétique radial, centrifuge et d'intensité constante en tout point.



1. Citer la loi qui permet d'exprimer la force magnétique qui s'exerce sur chacun des fils. Donner l'expression de cette force et préciser sur un schéma son sens et sa direction.
2. Déterminer le moment de cette force par rapport à l'axe de rotation du rotor. En déduire le moment résultant des forces magnétiques qui s'exercent sur l'ensemble du rotor.
3. Le rotor tourne à n tours par seconde, quelle est la puissance mécanique $\mathcal{P}$ du moteur ?
4. Application numérique : $r \simeq 0,1$ m ; $h \simeq 0,2$ m ; $B \simeq 1,0$ T ; $i \simeq 4$ A ; $N \simeq 1000$; $n \simeq 30$ tr · s^{-1} : calculer la puissance du moteur.

EXERCICE 3 Principe de l'alternateur (⋆)

Dans la *Figure 2*, une spire de cuivre de surface S tourne autour d'un axe (Oz) dans un champ magnétique $\vec{B} = B\,\vec{u_x}$ uniforme. La vitesse de rotation ω de l'axe (Oz) est constante et conduit à $\theta(t) = \omega t$.



À l'instant initial, la spire se trouve dans le plan Oxz représenté sur la *Figure 2*. La spire est orientée dans le sens de $\vec{S}$.

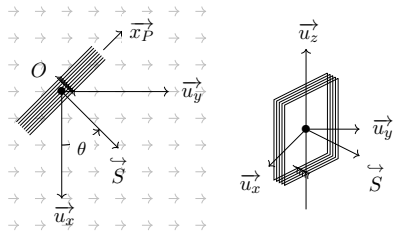


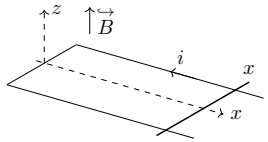
Figure 2 – Spires tournant dans un alternateur.

1. Montrez que la f.e.m induite s'exprime par la relation $e(t) = -BS\omega\cos(\omega t)$. En déduire le sens du courant dans la spire.
2. Retrouvez ce résultat à l'aide de la Loi de Lenz.
3. Représentez $e(t)$ pour une vitesse de rotation ω et 2ω.
4. Pour une valeur fixée de ω, quelle serait la valeur maximum de $e(t)$ s'il y avait deux spires en série ?

EXERCICE 4 Propulseur électromagnétique (⋆⋆)

Un circuit électrique possède une partie mobile constituée d'un barreau pouvant glisser sans frottement le long de deux rails parallèles de direction Ox.

On désignera par $x(t)$ son déplacement et par $v(t)$ sa vitesse. Ce circuit est plongé uniquement dans son champ magnétique propre $\vec{B}$ de sorte que son inductance propre $L(x)$ dépende de la position $x(t)$ du barreau.



1. Lorsqu'un courant électrique parcourt le circuit, le barreau se met en mouvement. Expliquer brièvement pourquoi.
2. Exprimer la force électromotrice induite e dans le circuit et donner l'équation électrique du circuit.
3. À partir de l'équation électrique précédente, proposer un bilan de puissance.
4. Justifier qu'il apparaisse dans ce bilan un nouveau terme que nous appellerons la puissance mécanique $\mathcal{P}_{\text{méca}}$ donnée au barreau.
5. Montrer que cette puissance mécanique est responsable de l'apparition d'une force F qui s'exerce sur le barreau.

On souhaite qu'une barre de masse $m \simeq 3,0$ g, initialement immobile, atteigne une vitesse de $v_p = 0,5$ km · s^{-1} après un parcours de $D \simeq 30$ cm afin d'être propulsé hors du circuit.

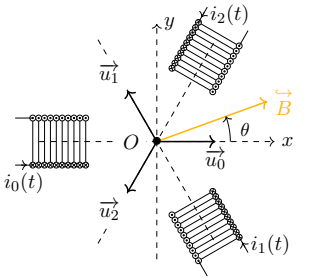
6. En supposant la force F constante, déterminer l'expression littérale de l'intensité i nécessaire à l'opération.

Pour aller plus loin

EXERCICE 5 Moteur asynchrone (⋆⋆)

On considère un moteur asynchrone triphasé, constitué de 3 bobines indicées 0, 1 et 2 délivrant au centre O du moteur un champ magnétique ayant pour expression :

$$\vec{B}_k = \frac{2}{3}B \times \sin\left(\omega t - \frac{2k\pi}{3}\right)\vec{u}_k$$



1. Calculer le champ magnétique résultant $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ au point O en utilisant la notation complexe pour les vecteurs du plan et en décomposant les sinus à l'aide d'exponentielles. Comment évolue ce champ magnétique ?

On considère une petite bobine b en O, assimilable à N spires superposées, de surface S, de résistance R, d'inductance propre L. Cette bobine est mise en rotation à la vitesse $\vec{\omega}^* = \omega^*(t)\ \vec{u_z}$ sous l'effet du champ magnétique.

2. Décrire le phénomène.
3. On note $\alpha = (\vec{S}, \vec{B})$ l'angle formé entre la normale à la bobine et le champ magnétique $\vec{B}$, avec $\alpha(t = 0) = 0$. Calculer l'intensité $i(t)$ parcourant la bobine. Comment évolue cette intensité lorsque $\vec{\omega}^* = \vec{\omega}$? Justifier l'appellation de moteur asynchrone.
4. Calculer le couple $\vec{C}$ s'exerçant sur la bobine puis en déduire sa norme C à l'instant t et sa valeur moyenne $\langle C \rangle$.
5. Exprimer cette valeur moyenne $\langle C \rangle$ en fonction du facteur de glissement $g = \frac{\omega - \omega^*}{\omega}$ et du facteur de qualité $Q = \frac{L\omega}{R} \gg 1$. Trouver les valeurs extrémales en fonction du facteur de qualité du circuit. Calculer la puissance maximale disponible $\mathcal{P}_{\text{max}}$.

Document réservé à un usage privé. Toute reproduction à des fins commerciales est interdite. Toute reproduction du document, totale ou partielle, doit faire apparaître son origine et son auteur.

EXERCICE 6 Stabilité d'un alternateur (⋆⋆)

On considère une machine synchrone diphasée à excitation extérieure bipolaire. On suppose que la machine fonctionne en moteur et que la condition de synchronisme est vérifiée :

$$\omega t = \theta(t) + \alpha$$

où $\theta(t)$ repère la position angulaire du rotor. On note Γ le couple électromagnétique subi par le rotor et Γ_0 sa valeur maximale. On rappelle que $\Gamma = \Gamma_0 \sin(\omega t - \theta(t))$. Le moment résultant Γ_c des autres actions subies par le rotor (frottements, charge…) vaut $\Gamma_{c,0}$ lorsque la condition de synchronisme est strictement vérifiée. On note J le moment d'inertie du rotor.

1. Donner la relation liant Γ_0, $\Gamma_{c,0}$ et α.

On envisage une petite désynchronisation entre le champ glissant statorique et le champ glissant rotorique consécutive à une légère variation du couple Γ_c. Cette désynchronisation est quantifiée par l'intermédiaire d'un paramètre sans dimension noté $\varepsilon(t)$, avec $|\varepsilon| \ll 1$.

On pose :

- $\Gamma_c = \Gamma_{c,0} + \varepsilon \frac{\mathrm{d}\Gamma_c}{\mathrm{d}\varepsilon}(0)$
- $\dot{\theta} = \omega(1+\varepsilon)$
- $\theta(t) \simeq \omega(1+\varepsilon(t))t - \alpha$

2. Montrer qu'au premier ordre en ε, on peut écrire :

$$\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon} = \frac{1}{J\omega}\left(\frac{\mathrm{d}\Gamma_c}{\mathrm{d}\varepsilon}(0) - \Gamma_0 \omega t \cos(\alpha)\right)$$

3. Pour quelles valeurs de α le fonctionnement est-il stable ? instable ?

EXERCICE 7 Effet Mendocino (⋆⋆⋆)

Deux panneaux photovoltaïques sont reliés à des bobines et transmettent une intensité i grâce à la puissance lumineuse d'une lampe fixe. Deux aimants latéraux permettent au dispositif de léviter. Un aimant permanent au centre impose un champ permanent B_0. Le dispositif tourne.

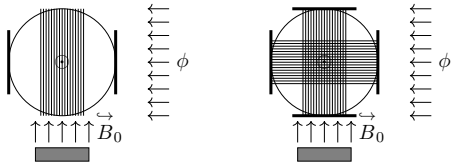


Figure 3 – Configuration à deux et quatre panneaux photovoltaïques

1. Trouver sa vitesse angulaire.
2. Qu'en est-il d'une configuration à quatre panneaux photovoltaïques et quatre bobines sur le rotor ?

Document réservé à un usage privé. Toute reproduction à des fins commerciales est interdite. Toute reproduction du document, totale ou partielle, doit faire apparaître son origine et son auteur.

EXERCICE 1 Génératrice synchrone (⋆)

1. La force électromotrice créée dans le bobinage a pour expression, conformément à la loi de Lenz Faraday :

$$e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(NSB\cos(\omega t)\right) = NSB\omega\sin(\omega t)$$

Le générateur est donc synchrone puisque la pulsation du système électrique est celle de la rotation relative du champ $\overrightarrow{B}$. Le circuit électrique se comportant comme un générateur, il faut une énergie mécanique permettant de faire tourner le champ magnétique. La spire cherchera ainsi à s'aligner sur le champ magnétique.

2. D'après la loi des mailles (en négligeant l'autoinduction du circuit), on établit que :

$$e - Ri = 0$$

On en déduit donc que : $i(t) = \frac{NSB\omega}{R}\sin(\omega t)$. Le moment des forces de Laplace vaut donc :

$$\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{\mu} \wedge \overrightarrow{B} = Ni(t)\overrightarrow{S} \wedge \overrightarrow{B} = -\frac{(NBS)^2}{R}\omega\sin^2(\omega t)\,\overrightarrow{u_z}$$

La puissance mécanique vaut ainsi :

$$\mathcal{P}_M = \overrightarrow{\Gamma}.\overrightarrow{\omega} = -\frac{(NBS\omega)^2}{R}\sin^2(\omega t) = -e \times i$$

La puissance mécanique ressentie est lissée par l'inertie des parties métalliques en mouvement. La puissance des forces de Laplace est donc ressentie comme constante.

3. La puissance électrique reçue par R vaut :

$$\mathcal{P}_R = Ri^2 = \frac{(NBS\omega)^2}{R}\sin^2(\omega t) = -\mathcal{P}_M$$

On vérifie donc bien le couplage électromagnétique parfait.

Document réservé à un usage privé. Toute reproduction à des fins commerciales est interdite. Toute reproduction du document, totale ou partielle, doit faire apparaître son origine et son auteur.