Mécanique

(Dynamique newtonienne)

Pour réviser le cours

EXERCICE 1 Distance de freinage (⋆)

Une voiture roule sur une autoroute à la vitesse de $v_0' \simeq 130$ km/h. On suppose qu'il y a des frottements solides entre la voiture et la route. La réaction de la route se décompose en une composante normale $\overrightarrow{R_N}$ et une composante tangentielle $\overrightarrow{R_T}$ de sens opposé à la vitesse et dont la norme vérifie $R_T = fR_N$ en notant f le coefficient de frottement. Il faut $D' \simeq 500$ m pour que le véhicule s'immobilise lorsqu'on n'exerce aucune force de freinage.

1. Calculer la distance de freinage D si la vitesse initiale était de $v_0 \simeq 110$ km/h.
2. Le résultat est-il modifié si la route fait un angle α avec l'horizontale (la voiture montant ou descendant la pente) ?

EXERCICE 2 Balistique sans frottement (⋆)

La balistique est une des branches de la physique qui s'intéresse à la trajectoire des projectiles (de guerre). La chute libre d'un corps constitue donc un parfait exemple de ce qui peut être étudié en balistique.

On considère un mouvement de chute libre d'un corps ponctuel M de masse m : on s'intéresse donc à la trajectoire de M dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}_g$ considéré comme galiléen pour des expériences réalisées pendant des durées vérifiant $\Delta t \ll 24$ heures.

Le schéma paramétré de l'expérience est donc représenté en *Figure 1*. Le corps ponctuel M, de masse m, est repéré par sa position (x, y) dans le système de coordonnées cartésien, la troisième dimension étant laissée de côté puisque le mouvement est plan.

On considère que le projectile M est lancé avec un angle θ_0 par rapport à l'horizontale à la vitesse $\overrightarrow{v_0}$.

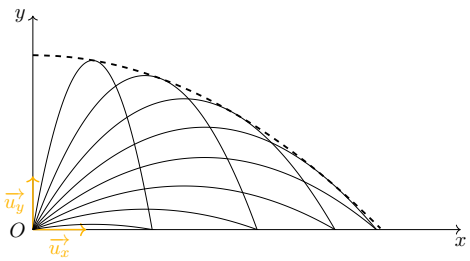


Figure 1 – Trajectoires de projectile sans frottement

1. Faire un bilan des actions mécaniques extérieures agissant sur le système ponctuel M étudié dans le référentiel $\mathcal{R}_g$.
2. Établir l'expression du vecteur-position $\overrightarrow{OM}(t)$ en fonction de $\overrightarrow{v_0}$, g et t.
3. Établir l'équation cartésienne de la trajectoire $y(x)$ en fonction de θ_0, v_0 et g.
4. Déterminer la portée x_{max} du tir.
5. En déduire qu'un point $P(x, y)$ est atteignable s'il existe un θ_0 tel que :

$$y \leq \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2v_0^2}x^2$$

6. La parabole de sûreté est la courbe au delà de laquelle il est impossible d'atteindre un point $P(x, y)$. Déterminer l'équation cartésienne de cette courbe.

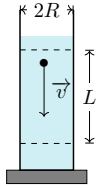
EXERCICE 3 Chute d'une bille dans du glycérol (⋆)

La chute d'une bille M de rayon r et de masse m dans une éprouvette de glycérol (de masse volumique μ) peut être mise en équation à condition de considérer l'écoulement fluide du glycérol comme laminaire (sans turbulences) autour de la bille : ce qui fonctionne pour des vitesses v de chute de la bille peu élevées. La force de frottement fluide qui s'applique alors sur la bille est de la forme :

$$\overrightarrow{F_v} = -6\pi\eta r\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$$

avec η la viscosité dynamique du glycérol.

On considère la bille comme un corps ponctuel en M, initialement lâché sans vitesse initiale d'une hauteur h du fond de l'éprouvette. Le mouvement de la bille est étudié dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen le temps de l'expérience qui dure quelques secondes ($\ll 24$ heures).



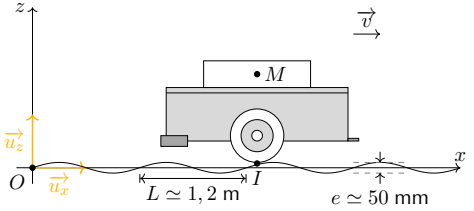
Le schéma paramétré de l'expérience est représenté ci-dessus et la bille M est repérée par sa position $y(t)$ dans le système de coordonnées cartésien. Le mouvement étant unidirectionnel, une seule coordonnée spatiale est nécessaire pour décrire le mouvement.

1. Faire un bilan des forces s'exerçant sur la bille.
2. Établir l'expression du vecteur-vitesse $\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$.
   a. Identifier le temps caractéristique τ du régime transitoire.
   b. Exprimer la vitesse v_{lim} de chute en régime stationnaire.
3. Tracer le graphe de $v(t)$ et distinguer deux phases différentes au mouvement. Estimer la durée du régime transitoire avec $r \simeq 2,8$ mm, $m \simeq 1,00$ g, $\eta \simeq 1,5$ Pa · s, $\mu \simeq 1,26$ kg · m^{-3} et $g \simeq 9,81$ m · s^{-2}.

L'essentiel

EXERCICE 4 Remorque sur une route (⋆)

On suppose le référentiel lié au sol terrestre galiléen. On étudie un objet M de masse m posé sur le plateau d'une remorque. La remorque se déplace à une vitesse horizontale $v = $ cste sur une route de profil sinusoïdal. On suppose les amortisseurs et les pneus de la remorque infiniment rigides.



1. Déterminer la vitesse v à partir de laquelle l'objet ne reste plus tout le temps en contact avec le plateau de la remorque.

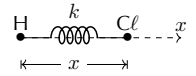
EXERCICE 5 Balistique avec frottement (⋆)

Un obus sphérique de masse m assimilé à un point matériel M est lancé dans l'air avec une vitesse $\overrightarrow{v_0}$ depuis le point O, origine du repère $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$ lié au référentiel terrestre $\mathcal{R}_g$ supposé galiléen. La vitesse $\overrightarrow{v_0}$ fait un angle α avec l'horizontale Ox dans le plan Oxz. Le champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ est supposé uniforme et Oz est la verticale ascendante du lieu. L'obus est soumis à une force de frottement (traduisant la résistance de l'air) du type : $\overrightarrow{F} = -\lambda\overrightarrow{v}$ en plus de son poids.

1. Déterminer les composantes $(v_x(t); v_z(t))$ du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} \mathrel{\hat{=}} \overrightarrow{v}$ à chaque instant.
2. Déterminer les composantes $(x(t); z(t))$ du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ à chaque instant.
3. Déterminer et calculer la flèche de la trajectoire.
4. Montrer que la trajectoire tend vers une asymptote verticale dont on précisera la position.
5. Montrer que la vitesse de l'obus tend vers une limite que l'on déterminera.
6. Tracer l'allure de la trajectoire.

EXERCICE 6 Vibrations de la molécule de HCℓ (⋆)

La fréquence de vibration de la molécule de chlorure d'hydrogène HCℓ est mesurée par spectroscopie comme valant $f_0 \simeq 8,5 \times 10^{13}$ Hz. On aborde dans cet exercice un premier modèle simple de la molécule, décrite comme un atome d'hydrogène mobile relié à un atome de chlore fixe. L'interaction entre les deux atomes est modélisée par un pseudo-ressort de raideur k.



Données : masses molaires $M_{\text{H}} \simeq 1,0$ g · mol^{-1} et $M_{\text{C}\ell} \simeq 35,5$ g · mol^{-1}, nombre d'Avogadro $\mathcal{N}_A \simeq 6,0 \times 10^{23}$ mol^{-1}.

1. Pourquoi est-il raisonnable de supposer l'atome de chlore fixe ?
2. Calculer la raideur k.
3. On admet que l'énergie de la molécule est égale à $\frac{1}{2}hf$ où $h \simeq 6,63 \times 10^{-34}$ J · s est la constante de Planck. Calculer la vitesse maximale de l'atome d'hydrogène.
4. Calculer l'amplitude de son mouvement.

EXERCICE 7 Mouvement du pendule simple (⋆)

Le pendule simple est constitué d'une masselotte, assimilée à une sphère ponctuelle au point M, de masse m, accrochée à une potence fixe dans le référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire par l'intermédiaire d'un fil de longueur ℓ, inextensible et sans raideur.

La bille est écartée d'un « petit » angle θ_0 de sa position d'équilibre ($\theta_{\text{éq}} = 0$ rad) et lâchée sans vitesse initiale. Le mouvement du pendule étant un mouvement d'oscillations (trajectoire circulaire) autour du point O, on choisit la base polaire $(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta})$ pour étudier la trajectoire du point M.

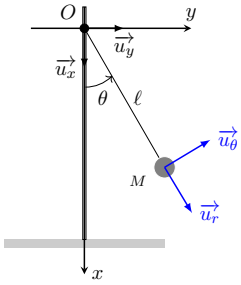


Figure 2 – Pendule simple et base polaire

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

Le schéma paramétré du dispositif expérimental est représenté en *Figure 2*. Le mouvement du pendule est étudié dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$ considéré comme galiléen pour une étude de quelques secondes.

1. Faire un bilan des forces auxquelles est soumis le système M.
2. Établir les équations différentielles du mouvement dans la base polaire et montrer qu'à la condition d'avoir des oscillations aux « petits angles » ($\theta \ll 2\pi$), on peut établir l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{\ell}\theta(t) \simeq 0$$

3. Identifier l'équation horaire de $\theta(t)$ et tracer le graphe de $\theta(t)$ pour $\theta_0 \simeq 30°$ et $\ell \simeq 1,0$ m.

Pour aller plus loin

EXERCICE 8 Fusée (⋆⋆)

On considère une fusée de masse $m(t)$ évoluant à la vitesse $\vec{v}$ dans le référentiel $\mathcal{R}$ supposé galiléen.

La fusée expulse des gaz à la vitesse $\vec{u}$ (4000 m · s^{-1}) par rapport à elle-même, créant ainsi une force de poussée $\vec{F_p}$ la propulsant dans la direction $\vec{u_x}$.

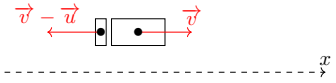


Figure 3 – Représentation schématique d'une fusée

1. Relier le débit massique $D_m(t)$ de gaz expulsé et la variation de masse dm de la fusée sur une durée dt.
2. Effectuer un bilan de quantité de mouvement sur le système {fusée + gaz expulsé} et montrer que le principe fondamental de la dynamique peut alors s'écrire :

$$m(t)\left.\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} = \vec{F_p}$$

avec $\vec{F_p}$ à exprimer en fonction de D_m et $\vec{u}$.

3. En notant respectivement m_0 et $\vec{v_0}$ la masse et la vitesse de la fusée à l'instant initial, démontrer la *formule de Tsiolkovski* :

$$\vec{v} = \vec{v_0} + \vec{u}\,\ln\left(\frac{m(t)}{m_0}\right)$$

La fusée considérée se comporte de trois étages :

- le premier étage pèse 10 t à vide et emporte 100 t de carburant ;
- le deuxième étage pèse 2 t à vide et emporte 20 t de carburant ;
- le troisème étage pèse 2 t qui constitue charge utile de la fusée (satellite à mettre en orbite).

Chaque étage, une fois vidé, est déassemblé du reste de la fusée.

1. En supposant $\vec{v_0} = \vec{0}$, calculer la vitesse finale $\vec{v_1}$ du troisième étage de la fusée une fois tous les gaz expulsés.
2. Refaire le calcul avec une fusée identique (même masse et même quantité de carburant) mais composée d'un seul étage. Conclure.

EXERCICE 9 Une masse et deux ressorts (⋆⋆)

Considérons un point matériel M de masse m glissant horizontalement et sans frottement, repéré par son abscisse x telle que $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{u_x}$. Ce solide est relié à deux ressorts placés sur un même axe, eux-mêmes fixés en O et O'. Le solide étudié se trouve entre O et O'. La longueur OO' est notée L. Les ressorts ont pour raideur respective k_1 et k_2,et pour longueur à vide ℓ_{01} et ℓ_{02}.

1. Faire un schéma légendé de la situation.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$, appelée équation du mouvement.
3. Montrer que la position d'équilibre est donnée par

$$x_{\text{éq}} = \frac{k_1\ell_{01} + k_2(L - \ell_{02})}{k_1 + k_2}$$

4. En déduire la forme générale des solutions de l'équation du mouvement.
5. Supposons qu'à l'instant $t = 0$, M est placé en $x = x_0 > x_{\text{éq}}$ et lancé avec une vitesse initiale v_0 vers la gauche. Établir la loi horaire $x(t)$ et représenter son allure.
6. Supposons maintenant $x_0 = x_{\text{éq}}$ et $v_0 = 0$ m · s^{-1}. Que vérifie-t-on ?

EXERCICE 10 Anneau sur une tige (⋆⋆)

On considère une tige inclinée d'un angle α avec la verticale, en rotation autour de l'axe vertical, représentée sur la *Figure 4*. Un anneau M de masse m glisse le long de cette tige sans frotter. On note $s(t)$ la position de l'anneau sur la barre (dont la direction est notée $\vec{u}_s$), $s(t)$ étant l'abscisse curviligne le long de la barre en rotation.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

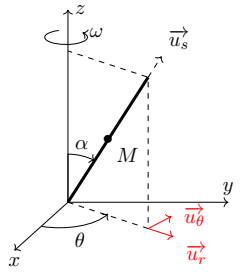
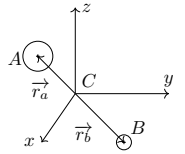


Figure 4 – Dispositif expérimental

1. En listant les actions mécaniques qu'il subit et en réalisant un équilibre dynamique de ces forces, écrire l'équation du mouvement de l'anneau.
2. Pour une vitesse de rotation ω constante, quelle est la valeur de la position d'équilibre $s_{\text{éq}}$ de l'anneau ?
3. Afin de retenir l'anneau, on le relie à l'origine du repère par le biais d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. Donner la nouvelle position d'équilibre $s'_{\text{éq}}$ pour une vitesse de rotation ω constante.
4. On éloigne à présent l'anneau de sa position d'équilibre d'une distance a de telle sorte que $s(0) = s'_{\text{éq}} + a$. Donner l'expression de $s(t)$ si on lâche l'anneau sans vitesse initiale.

EXERCICE 11 Problème à deux corps (⋆⋆)

On considère un système S isolé constitué de deux particules A et B de masse respective m_a et m_b. On étudie ce système dans un référentiel $\mathcal{R}$ supposé galiléen. On se donne également un point O fixe dans ce référentiel.



On appelle $\vec{F_a}$ (respectivement $\vec{F_b}$) la force exercée par B sur A (respectivement exercée par A sur B). On suppose que leur intensité ne dépend que de la distance r entre les deux particules.

1. Soit C le centre de masse du système S. Dans le référentiel $\mathcal{R}$, donner l'expression de la vitesse de C en fonction des vitesses des points A et B. Quel est le mouvement de C dans $\mathcal{R}$?
2. Qu'appelle-t-on référentiel barycentrique ?
3. On se place dans le référentiel barycentrique $\mathcal{R}^*$ du système S. On note $\vec{r_a} = \overrightarrow{CA}$, $\vec{r_b} = \overrightarrow{CB}$ et on appelle $\vec{v_a}^*$ (respectivement $\vec{v_b}^*$) la vitesse du point A (respectivement la vitesse du point B) dans ce référentiel. Quelle est la relation entre $\vec{v_a}^*$ et $\vec{v_b}^*$?
4. On pose $\vec{r} = \overrightarrow{AB}$. Donner le lien entre $\vec{r_a}$ et $\vec{r}$ puis entre $\vec{r_b}$ et $\vec{r}$.
5. Montrer que le problème possédait initialement 6 variables d'espace et qu'il est maintenant réduit à 3 variables d'espace dans le référentiel barycentrique.
6. Montrer que l'étude du système dans ce référentiel se réduit à l'étude plus simple du mouvement d'une seule particule (que l'on nommera mobile fictif) de masse μ et de vecteur position $\vec{r}$ soumise à la force $\vec{F_b}$. On donnera l'expression de la masse réduite μ.
7. Dans le cas particulier où $m_b \gg m_a$, que vaut μ et où se trouve le centre de masse C ?

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

EXERCICE 1 Distance de freinage (⋆)

1. Le système est soumis à :
   - son poids $\overrightarrow{P} = -mg\,\overrightarrow{u_y}$;
   - la réaction du support $\overrightarrow{R} = -fR_N\,\overrightarrow{u_x} + R_N\,\overrightarrow{u_y}$.

   Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la voiture dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$ s'écrit :

$$m\ddot{x} = -fR_N \quad \text{et} \quad R_N - mg = 0$$

   soit :

$$\ddot{x} = -fg$$

   d'où :

$$x(t) = -\frac{1}{2}fgt^2 + v_0 t + 0$$

   vérifiant $x(0) = 0$ et $\dot{x}(0) = v_0$. La distance de freinage vérifie :

$$x(t_0) \quad \text{avec} \quad \dot{x}(t_0) = 0 = -fgt_0 + v_0$$

   soit :

$$D = x(t_0) = -\frac{1}{2}fg\left(\frac{v_0}{fg}\right)^2 + v_0\left(\frac{v_0}{fg}\right) \quad \text{soit} \quad \boxed{D = \frac{v_0^2}{2fg} \simeq 358 \text{ m}}$$

   avec $f = \frac{v_0'^2}{2gD'^5} \simeq 0,133$.
2. L'équilibre des forces normales à la route se retrouve modifié : $R_N = mg\cos(\alpha)$, soit une distance de freinage vérifiant :

$$\boxed{D = \frac{v_0^2}{2fg\cos(\alpha)}}$$

EXERCICE 2 Balistique sans frottement (⋆)

1. On ne considère que l'action du poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g}$ du projectile et on néglige toute force de frottement fluide.
2. L'équation du mouvement du projectile M est déterminée par le principe fondamental de la dynamique (*P.F.D.*) appliqué dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}_g$ considéré comme galiléen :

$$m\overrightarrow{a}_{M/\mathcal{R}_g} = m\overrightarrow{g} \quad \text{soit} \quad m\left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}_{M/\mathcal{R}_g}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}_g} = m\overrightarrow{g}$$

   Par intégration de l'équation :

$$\int_0^t \left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}_{M/\mathcal{R}_g}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}_g} \mathrm{d}t = \overrightarrow{v}_{M/\mathcal{R}_g} - \overrightarrow{v_0} \quad \text{et} \quad \int_0^t \overrightarrow{g}\,\mathrm{d}t = -\int_0^t g\mathrm{d}t\,\overrightarrow{u_y} = -gt \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{v}_{M/\mathcal{R}_g} = \overrightarrow{v_0} - gt\,\overrightarrow{u_y}}$$

   De nouveau, par intégration, on obtient :

$$\int_0^t \overrightarrow{v}_{M/\mathcal{R}_g}\mathrm{d}t = \int_0^t \left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}_g} \mathrm{d}t = \overrightarrow{OM}(t) - \underbrace{\overrightarrow{OM}(0)}_{\overrightarrow{0}} \quad \text{et} \quad \int_0^t \overrightarrow{v_0} - gt\,\overrightarrow{u_y}\mathrm{d}t = \overrightarrow{v_0}t - \frac{1}{2}gt^2\,\overrightarrow{u_y} \Rightarrow \boxed{\overrightarrow{OM}(t) = \overrightarrow{v_0}t - \frac{1}{2}gt^2\,\overrightarrow{u_y}}$$

   ☞ Le mouvement de chute libre décrit une **trajectoire parabolique**.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

3. L'équation cartésienne de la trajectoire peut être trouvée en projetant les équations horaires dans chaque direction de la base $(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y})$:

$$\begin{cases} x(t) &= v_0\cos(\theta_0)t \\ y(t) &= v_0\sin(\theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Rightarrow y = \sin(\theta_0)\frac{x}{\cos(\theta_0)} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0\cos(\theta_0)}\right)^2 \rightarrow \boxed{y = \tan(\theta_0)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2(\theta_0)}x^2}$$

4. La portée du tir est alors solution de l'équation $y = 0$, soit : $\boxed{x_{\max} = 4h\sin(2\theta_0)}$ avec $h = \frac{v_0^2}{2g}$ l'altitude maximale atteinte lors d'un tir vertical.
5. Comme $\frac{1}{\cos^2(\theta_0)} = 1 + \tan^2(\theta_0)$, l'artilleur pourra atteindre un point $M(x, y)$ si le discriminant du polynôme $\frac{gx^2}{2v_0^2}\tan^2(\theta_0) - x\tan(\theta_0) + \frac{gx^2}{2v_0^2} + y = 0$ est positif, soit :

$$x^2 - 4\left(\frac{gx^2}{2v_0^2} + y\right)\frac{gx^2}{2v_0^2} \geq 0 \Rightarrow \boxed{y \leq \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2v_0^2}x^2}$$

6. La courbe d'équation $y = h - \frac{x^2}{4h}$ définit la **parabole de sûreté** au delà de laquelle il est impossible d'être atteint par le projectile, avec $h = \frac{v_0^2}{2g}$ l'altitude maximale atteinte lors d'un tir vertical.

EXERCICE 3 Chute d'une bille dans du glycérol (⋆)

1. La bille est soumise à :
   - Son poids $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{g} = -mg\,\overrightarrow{u_y}$.
   - La poussée d'Archimède égale au poids du fluide déplacé : $\overrightarrow{\Pi} = +\mu g \times \frac{4}{3}\pi r^3\,\overrightarrow{u_y}$ avec μ la masse volumique du glycérol.
   - La force de frottement fluide de Stokes $\overrightarrow{F} = -6\pi\eta r\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$ avec η la viscosité dynamique du glycérol.
2. L'équation du mouvement de la bille M est déterminée par le principe fondamental de la dynamique (*P.F.D.*) appliqué dans le référentiel terrestre $\mathcal{R}$ considéré comme galiléen :

$$m\left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} = m\overrightarrow{g} + \mu \times \frac{4}{3}\pi r^3 \times g\,\overrightarrow{u_y} - 6\pi\eta r\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}$$

   soit :

$$\left.\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}} + \frac{6\pi\eta r}{m}\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}} = \overrightarrow{g} + \frac{4\mu g\pi r^3}{3m}\,\overrightarrow{u_y}$$

   L'équation horaire recherchée devant décrire le **régime transitoire** aussi bien que le **régime permanent**, il faut trouver la **solution particulière** et la **solution générale de l'équation homogène**.

   On obtient donc, en posant $\tau = \frac{m}{6\pi\eta r}$:

$$\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}(t) = \overrightarrow{A}e^{-\frac{t}{\tau}} + \tau g\left(\frac{4\mu\pi r^3}{3m} - 1\right)\overrightarrow{u_y} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}(0) = \overrightarrow{0}$$

   soit :

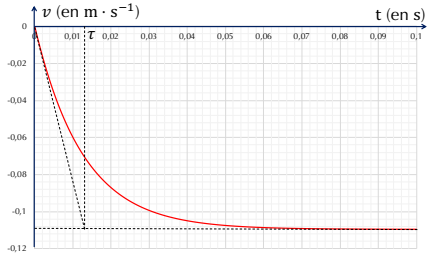
$$\boxed{\overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}}}(t) = \tau g\left(\frac{4\mu\pi r^3}{3m} - 1\right)\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\overrightarrow{u_y}}$$

   a. La durée caractéristique du régime transitoire est donc $\tau = \frac{m}{6\pi\eta r}$.

   b. La vitesse v_{lim} de chute en régime stationnaire (pour $t \to +\infty$) est :

$$v_{\text{lim}} = \frac{m}{6\pi\eta r}g\left(\frac{4\mu\pi r^3}{3m} - 1\right)$$

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/



❸ La chute de la bille présente deux phases :

- Une phase d'**accélération** en régime transitoire du fait de l'influence de la gravité terrestre.
- Une phase de **translation rectiligne uniforme** lorsque les actions mécaniques de frottement et de gravité viennent à se compenser avec l'augmentation de vitesse de chute.

La représentation graphique de la vitesse de chute est faite ci-contre.

Le régime transitoire a lieu sur une durée de l'ordre de $3\tau \sim 38$ ms avec $r \simeq 2,8$ mm, $m \simeq 1,00$ g, $\eta \simeq 1,5$ Pa · s, $\mu \simeq 1,26$ kg · m^{-3} et $g \simeq 9,81$ m · s^{-2}.

☞ En régime permanent, la vitesse de la bille étant inversement proportionnelle à la viscosité du fluide, ce dispositif constitue un **viscosimètre** permettant de calculer η en mesurant la vitesse de chute v de la bille.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/