Thermodynamique

(Machines thermiques fermées)

Pour réviser le cours

EXERCICE 1 Cycle dans un piston (⋆)

On considère une masse m de gaz parfait qui parcourt le cycle représenté sur la *Figure 1*. Le gaz occupant un volume $V_A \simeq 0,732$ L est initialement dans l'état A à la pression $p_A \simeq 2,50 \times 10^5$ Pa, à la température $T_A \simeq 132$ K.

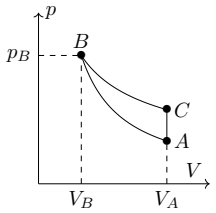


Figure 1 – Cycle thermodynamique

Il subit une évolution isentropique qui l'amène à la température $T_B \simeq 303$ K.
On donne le coefficient $\gamma = \frac{c_p}{c_v} \simeq 1,36$.

1. Citer et démontrer la loi de Laplace pour une transformation isentropique d'un gaz parfait.
2. Déterminer p_B et V_B.
3. Le gaz est mis en contact avec une source de température T_B et subit une détente isotherme réversible qui le ramène au volume V_A.
   - **a.** Calculer la pression p_C dans l'état C.
   - **b.** Calculer la variation d'entropie du gaz ΔS_{BC} au cours de son évolution isotherme BC.
4. Le gaz dans l'équilibre C est mis alors en contact avec une source à la température T_A tandis que son volume est maintenu constant à la valeur V_A.
   - **a.** Calculer la variation d'entropie ΔS_{CA} du gaz au cours de cette évolution isochore.
   - **b.** Calculer le transfert thermique Q_{CA} échangé avec la source.
   - **c.** En déduire la valeur de l'entropie créée S_{CA}^{cr}, au cours de l'évolution isochore. Quelle est la cause de la création d'entropie ?

EXERCICE 2 Climatiseur (⋆⋆)

On considère un climatiseur qui décrit des cycles entièrement réversibles. Soit une pièce de capacité thermique $C \simeq 5,0$ MJ · K^{-1} en contact avec le milieu extérieur à $T_a \simeq 308$ K. On veut ramener la pièce à la température $T_f \simeq 293$ K alors qu'elle est initialement à $T_i = T_a$.

1. Faire un schéma de principe du climatiseur en précisant les signes.
2. Montrer qu'une machine thermique motrice ne peut être monotherme.
3. Quel travail électrique minimum doit-on fournir pour obtenir $T_f \simeq 293$ K ?
4. Quelle est la durée de l'opération sachant qu'on dispose d'un appareil de $\mathcal{P} \simeq 250$ W ?

L'essentiel

EXERCICE 3 Cycle dans une machine fermée (⋆)

On considère le cycle de la *Figure 2* décrit par un gaz parfait dans une machine thermique fermée.

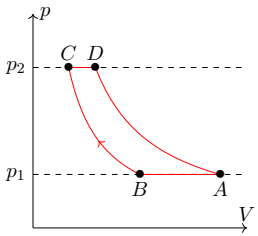


Figure 2 – Cycle thermodynamique

1. Le cycle est-il moteur ou récepteur ? Identifier l'échange avec la source chaude, ainsi que les phases irréversibles.
2. Calculer le rendement ou l'efficacité de ce cycle, en fonction du rapport de compression $\tau = \frac{p_2}{p_1}$.
3. Ce cycle est réalisé dans un cylindre, avec une phase d'admission et une phase d'échappement. À quelle condition le calcul précédent reste valable ?

EXERCICE 4 Moteur de Stirling (⋆⋆)

Le moteur de Stirling, représenté en *Figure 3*, est constitué de deux chambres, une chaude et une froide, reliées par un régénérateur de volume constant pouvant être constitué de fils de cuivre tressés.

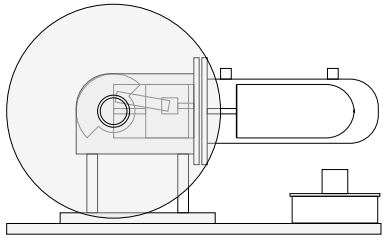
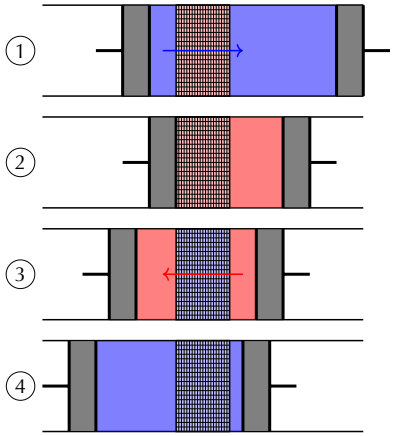


Figure 3 – Schéma du moteur de Stirling

Le gaz, en circuit fermé, reçoit un transfert thermique d'une source chaude (par exemple une chaudière à combustion) et cède un transfert thermique à la source froide (par exemple l'atmosphère). Le rôle du régénérateur, base de l'invention de Robert Stirling, est fondamental pour obtenir une bonne efficacité. Dans son brevet original de 1816, Stirling explique que le gaz chaud entre dans la partie chaude du régénérateur et est progressivement refroidi durant son parcours pour ressortir par l'autre extrémité à une température presque identique à la température de la source froide.



Dans le parcours inverse, le gaz est progressivement réchauffé. Cette astuce technologique permet d'avoir une partie des échanges thermiques internes au moteur. On considérera le cycle parcouru par $n \simeq 40$ mmol d'air, considéré comme un gaz parfait de rapport isentropique $\gamma \simeq 1,4$.

Dans un premier temps, on néglige le régénérateur : les deux chambres ne font qu'une. Le cycle de Stirling est alors modélisable par la succession de deux isothermes et deux isochores à partir d'un état 1 ($p_1 \simeq 1$ bar, $T_1 \simeq 300$ K). Il est décrit comme suit :

- $1 \to 2$: compression isotherme réversible à $T_f = T_1$ jusqu'à l'état 2 où $V_2 = \frac{V_1}{10}$.
- $2 \to 3$: échauffement isochore au contact de la source chaude à $T_c \simeq 600$ K jusqu'à l'état 3 de température $T_3 = T_c$.
- $3 \to 4$: détente isotherme réversible au contact de la source chaude à T_c jusqu'à l'état 4 de volume $V_4 = V_1$.
- $4 \to 1$: refroidissement isochore au contact de la source froide jusqu'à revenir à l'état 1.

1. Calculer les valeurs numériques de p, V et T pour chacun des quatre états.
2. Représenter le cycle dans le diagramme de Watt (p, V). Comment peut-on déterminer sans calcul si ce cycle est moteur ou récepteur ?
3. Calculer pour chaque étape le travail et le transfert thermique reçus par le gaz.
4. Commenter ces résultats : a-t-on bien un cycle moteur ?
5. Quel est, sur le plan énergétique, la production de ce système sur un cycle ? Quel est le coût énergétique ? En déduire l'expression et la valeur du rendement.
6. Calculer l'entropie créée au sein du système au cours du cycle. Quel type d'irréversibilité entre en jeu ?

L'invention du régénérateur par Stirling a permis d'améliorer considérablement le rendement de la machine précédente. Son idée est de faire en sorte que le gaz échange du transfert thermique au cours des transformations $2 \to 3$ et $4 \to 1$ non pas avec les thermostats mais avec un système, le régénérateur, qui n'échange aucune énergie autrement qu'avec les gaz au cours des transformations $2 \to 3$ et $4 \to 1$.

7. Justifier l'idée de Stirling.
8. Que vaut le rendement dans ces conditions ? Ce rendement peut-il être amélioré sans changer les sources ?

EXERCICE 5 Moteur à double combustion (⋆⋆)

Dans les moteurs Diesel à double combustion, le cycle décrit par le mélange air-carburant est modélisable par celui d'un système fermé représenté en coordonnées de Watt de la *Figure 4*. Après la phase d'admission $1' \to 1$ qui amène le mélange au point 1 du cycle, celui-ci subit une compression adiabatique supposée réversible jusqu'au point 2. Après injection du carburant en 2, la combustion s'effectue d'abord de façon isochore de 2 à 3 puis se poursuit de façon isobare de 3 à 4. La phase de combustion est suivie d'une détente adiabatique à nouveau prise réversible de 4 à 5, puis d'une phase d'échappement isochore $5 \to 1$ puis isobare $1 \to 1'$.

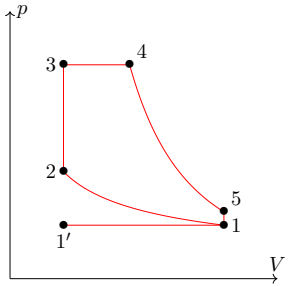


Figure 4 – Cycle thermodynamique

Document réservé à un usage privé. Toute reproduction à des fins commerciales est interdite. Toute reproduction du document, totale ou partielle, doit faire apparaître son origine et son auteur.

Au point 1 du cycle, la pression $p_m \simeq 1,0$ bar et la température $T_m \simeq 293$ K sont minimales. La pression maximale, aux points 3 et 4, est $p_M \simeq 60$ bar et la température maximale, au point 4, vaut $T_M \simeq 2073$ K. Le rapport volumétrique de compression vaut $\beta = \frac{V_M}{V_m} \simeq 17$.

On suppose que le mélange air-carburant se comporte exactement comme l'air, c'est-à-dire comme un gaz parfait diatomique de masse molaire $M \simeq 29$ g · mol^{-1}, et de capacités thermiques respectives C_P et C_V, et on note $\gamma = \frac{C_P}{C_V} \simeq 1,4$.

1. Exprimer les températures T_2, T_3 et T_5 en fonction de p_m, p_M, T_m, T_M et β. Calculer les valeurs numériques.
2. Calculer le transfert thermique massique q_c reçu par l'air au cours de la phase de combustion $2 \to 4$.
3. Calculer le transfert thermique massique q_f échangé avec le milieu extérieur entre les points 5 et 1.
4. En déduire le travail massique w échangé au cours d'un cycle.
5. Définir et calculer le rendement de ce moteur. Commenter la valeur trouvée.

Pour aller plus loin

EXERCICE 6 Cycle thermodynamique (⋆⋆)

Un fluide décrit le cycle réversible de la *Figure 5* dans le sens $(1,2,3,4,1)$ ou dans le sens $(1,4,3,2,1)$. Les transformations $1 \to 2$ et $3 \to 4$ sont des isochores et les transformations $2 \to 3$ et $4 \to 1$ sont des isothermes.

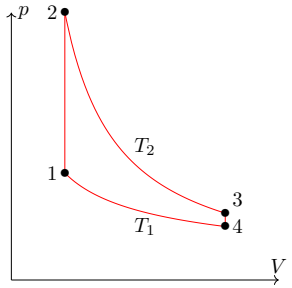


Figure 5 – Cycle thermodynamique

Les pression, volume, température sont notés respectivement p, V, T. Toute grandeur affectée d'un indice $i \in 1,2,3,4$ se rapportera respectivement aux points 1, 2, 3, 4 du diagramme.

1. Donner la signification de l'aire intérieure du cycle. Dans quel sens sera parcouru le cycle s'il est moteur ?
2. On note Q_{ij} et W_{ij} les chaleur et travail échangés par le fluide lors d'une transformation $i \to j$. Le fluide se comportant comme un gaz parfait, comparer :
   Q_{23} et W_{23}, Q_{41} et W_{41}, W_{12} et W_{34}, Q_{12} et Q_{34}.
3. On étudie le cycle dans le sens moteur. En raison de la technologie du moteur, la seule chaleur réellement dépensée est celle qu'on fournit au fluide sur l'isotherme T_2. Écrire le rendement du moteur en fonction des Q_{ij}.
4. Le cœfficient isentropique du gaz parfait est $\gamma \simeq \frac{7}{5}$. On donne par ailleurs : $V_4 = 2V_1$, $T_1 \simeq 300$ K, $T_2 \simeq 400$ K et $R \simeq 8,314$ J · K^{-1} · mol^{-1}. Le cycle est parcouru par une mole de gaz parfait. Calculer Q_{12}, Q_{23} et Q_{41}.
5. Exprimer le rendement en fonction de T_1 et T_2 et le calculer numériquement.

EXERCICE 7 Cycle diesel à suralimentation (⋆⋆⋆)

PARTIE A : Cycle sans suralimentation :

On considère le cycle de la *Figure 6*, idéalisé dans le diagramme de Watt (qui se confond avec le diagramme de Clapeyron à partir du point 2) dont les différentes transformations sont les suivantes :

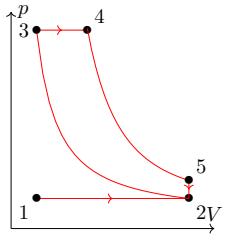


Figure 6 – Cycle sans suralimentation

- $1 \to 2$ Admission de l'air à pression atmosphérique.
- $2 \to 3$ Compression adiabatique.
- $3 \to 5$ Détente commencée à $p =$ cte lors de l'allumage (3 à 4) puis adiabatique.
- $5 \to 1$ Échappement dont une partie se fait à volume constant.

On admet un rapport de compression volumétrique $a = \frac{V_2}{V_3} = 12$ et un rapport d'injection $\varepsilon = \frac{V_4}{V_3} = 2,0$. On suppose les gaz assimilables à des gaz parfaits.

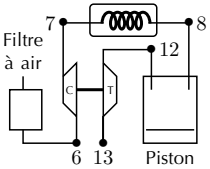
1. Tracer le cycle dans le diagramme (T,s).
2. Calculer les valeurs théoriques de la pression, du volume et de la température des points 3, 4 et 5 en supposant toutes les transformations réversibles.
3. Calculer la quantité de chaleur Q_{34} reçue par le gaz pendant la transformation $3 \to 4$ (en fonction de p_2, V_2, a, ε et γ).
4. Calculer le travail $-W$ fourni par le moteur en fonction de p_2,V_2, a, ε et γ.

Document réservé à un usage privé. Toute reproduction à des fins commerciales est interdite. Toute reproduction du document, totale ou partielle, doit faire apparaître son origine et son auteur.

5. Calculer et exprimer le rendement η du moteur en fonction de a, ε et γ.
6. Le moteur tournant à 3600 tr.min^{-1} quelle est sa puissance ?
7. Tracer l'allure du diagramme (T,s) réel.

Données :

- $c_p = 1004$ J · kg^{-1} · K^{-1}
- $r = 287$ J · kg^{-1} · K^{-1}
- $V_2 = 3,3$ L
- $p_2 = 1,0$ bar
- $T_2 = 298$ K



PARTIE B : Moteur suralimenté :

C = Compresseur mécaniquement accouplé à la turbine T. R = Refroidissement.

Le même moteur fonctionne cette fois avec un turbocompresseur. Le cycle dans le diagramme de Watt est représenté sur la figure avec $V_8 = V_2$; $V_9 = V_3$; $T_6 = 298$ K et $p_8 = 1,8$ bar.

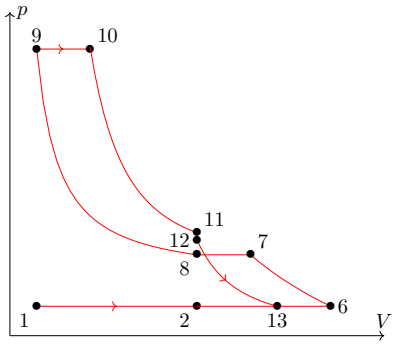


Figure 7 – Cycle avec suralimentation

L'air est comprimé dans C jusqu'à $p_7 = 1,8$ bar, refroidi dans R de manière isobare jusqu'à 70 °C puis envoyé dans le moteur pour subir le même cycle que dans la partie A (avec $a = \frac{V_8}{V_9} = 12$ et $\varepsilon = \frac{V_{10}}{V_9} = 2$). L'échappement se fait par la turbine de 12 à 13 et le travail ainsi récupéré ne sert qu'à entraîner le compresseur (on admettra pour simplifier que cette condition est remplie si les points 8 et 12 sont confondus). Le compresseur et la turbine sont adiabatiques.

1. Calculer pression, volume et température théoriques des points 6, 7, 9, 10 et 11 si on admet que le cycle est réversible.
2. Calculer numériquement $Q_{9\to10}$ et la puissance si le moteur tourne à 3600 tr.min^{-1}.
3. En déduire le rendement η. Le résultat était-il prévisible ?
4. Quel est le rôle d'un turbocompresseur ?

EXERCICE 8 Machine frigorifique (⋆⋆⋆)

On considère une machine frigorifique fonctionnant suivant le cycle de transformations quasi-statiques d'un fluide $ABCDA$ où AB et CD sont des isentropiques, BC une isotherme à $T_1 \simeq -5$ °C et DA une isotherme à $T_2 \simeq 15$ °C. Comme indiqué sur le diagramme de Clapeyron de transition de phase liquide-vapeur du fluide, représenté en *Figure 8*, D et A sont aux extrémités du palier de liquéfaction.

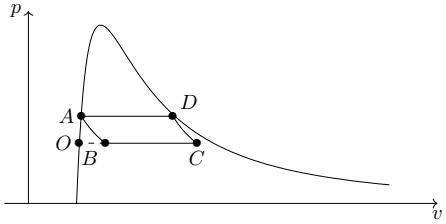


Figure 8 – Cycle et courbe de saturation

1. La masse totale du système étant de $m \simeq 1$ kg fluide, exprimer la masse de vapeur en B et en C.
2. Calculer le travail W reçu par la machine frigorifique sur un cycle.
3. Calculer littéralement, puis numériquement, l'efficacité du réfrigérateur fonctionnant suivant ce cycle. Conclure.

Données :

- $c_L \simeq 4,18$ kJ · kg^{-1} la capacité thermique massique du fluide liquide.
- $l_v(T_1)$ est l'enthalpie de vaporisation à T_1.
- $l_v(T_2) \simeq 1,3 \times 10^6$ J · kg^{-1} est l'enthalpie de vaporisation à T_2.

Document réservé à un usage privé. Toute reproduction à des fins commerciales est interdite. Toute reproduction du document, totale ou partielle, doit faire apparaître son origine et son auteur.

EXERCICE 1 Cycle dans un piston (⋆)

1. La loi de Laplace pour un gaz parfait qui subit une transformation isentropique s'écrit :

$$pV^\gamma = \text{cte} \Leftrightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cte} \Leftrightarrow p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cte}$$

La démonstration s'effectue en écrivant les deux identités thermodynamiques et les deux lois de Joule :

$$\mathrm{d}h = c_p\mathrm{d}T = T\mathrm{d}s + v\mathrm{d}p \quad \text{et} \quad \mathrm{d}u = c_v\mathrm{d}T = T\mathrm{d}s - p\mathrm{d}v$$

soit :

$$\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}u} = \gamma = -\frac{v\mathrm{d}p}{p\mathrm{d}v} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}p}{p} + \gamma\frac{\mathrm{d}v}{v} = 0 \Rightarrow \boxed{pv^\gamma = \text{cte}}$$

2. La loi de Laplace pour un gaz parfait qui subit une transformation isentropique s'écrit :

$$pV^\gamma = \text{cte} \Leftrightarrow TV^{\gamma-1} = \text{cte} \Leftrightarrow p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{cte}$$

soit :

$$\boxed{p_B = p_A\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \simeq 57,7 \text{ bar}}$$

L'équation d'état des gaz parfaits permet de calculer V_B :

$$\boxed{V_B = \frac{nRT_B}{p_B} = \frac{p_AV_A}{T_A} \times \frac{T_B}{p_B} = V_A\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \simeq 7,28 \times 10^{-2} \text{ L}}$$

3. **a.** La transformation $B \to C$ est isotherme. On peut donc écrire $p_BV_B = p_CV_C = p_CV_A$, soit :

$$\boxed{p_C = \frac{p_BV_B}{V_A} = p_B\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = p_A\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{-1} = p_A\frac{T_B}{T_A} \simeq 5,74 \text{ bar}}$$

b. La variation d'entropie sur la transformation $B \to C$ s'écrit :

$$\Delta S_{BC} = \int_B^C \frac{\mathrm{d}U + p\mathrm{d}V}{T} = \int_B^C nR\frac{\mathrm{d}V}{V} = nR\ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right) = nR\ln\left(\left(\frac{T_A}{T_B}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}}\right)$$

soit :

$$\boxed{\Delta S_{BC} = \frac{p_AV_A}{T_A(1-\gamma)}\ln\left(\frac{T_A}{T_B}\right) \simeq 3,20 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}$$

4. **a.** La variation d'entropie sur la transformation $C \to A$ s'écrit de la même manière :

$$\boxed{\Delta S_{CA} = \frac{p_AV_A}{T_A(\gamma-1)}\ln\left(\frac{T_A}{T_B}\right) \simeq -3,20 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}$$

b. Le premier principe $Q_{CA} = \Delta U_{CA} + W = \Delta U_{CA} = C_V\int_C^A \mathrm{d}T$, soit :

$$\boxed{Q_{CA} = \frac{p_AV_A}{T_A(\gamma-1)}(T_A - T_C) \simeq -658 \text{ J}}$$

Document réservé à un usage privé. Toute reproduction à des fins commerciales est interdite. Toute reproduction du document, totale ou partielle, doit faire apparaître son origine et son auteur.

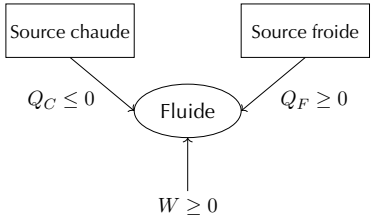
c. L'entropie créée sur la transformation $C \to A$ se calcule à partir du deuxième principe de la thermodynamique.

$$\boxed{S_{CA}^{\text{cr}} = \Delta S_{CA} - S_{CA}^{\text{éch}} = \Delta S_{CA} - \frac{Q_{CA}}{T_A} \simeq 1,78 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} > 0}$$

L'augmentation de l'entropie est liée à l'**irréversibilité de la transformation physique**.

EXERCICE 2 Climatiseur (⋆⋆)

1. Le schéma de principe du climatiseur est représenté ci-dessous :



2. On considère une machine thermique monotherme. D'après le premier principe sur un cycle :

$$\Delta U_{\text{cycle}} = 0 = Q + W \Rightarrow \boxed{Q = -W}$$

D'après l'inégalité de Carnot Clausius :

$$\frac{Q}{T^{\text{éch}}} \leq 0 \Rightarrow Q \leq 0 \Rightarrow \boxed{W \geq 0}$$

Le cycle monotherme est nécessairement récepteur.

3. Le premier principe appliqué à la pièce sur une transformation infinitésimale s'écrit :

$$C\mathrm{d}T = -\delta Q_F$$

Sachant que le premier principe appliqué au fluide sur un cycle s'écrit $W = -Q_F - Q_C$ et que la machine frigorifique a une efficacité $e_c = \frac{Q_F}{W}$ correspondant à celle d'un cycle de Carnot pour lequel $\frac{Q_F}{T} + \frac{Q_C}{T_a} = 0$ et $e_c = \frac{T}{T_a - T}$, on peut écrire que :

$$C\mathrm{d}T = e_c\delta W = \frac{\delta W}{\frac{T_a}{T} - 1} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(CT_a\ln(T) - CT\right)\mathrm{d}t = W$$

En intégrant entre l'instant initial et l'instant final (où $T = T_f$), on obtient :

$$CT_a\ln\left(\frac{T_f}{T_a}\right) - C(T_f - T_a) = W \Rightarrow \boxed{W \simeq 1,89 \text{ MJ} \simeq 0,52 \text{ kWh}}$$

4. La durée de l'opération est :

$$\boxed{\Delta t = \frac{W}{\mathcal{P}} \simeq 2\text{h } 6 \text{ min}}$$

Document réservé à un usage privé. Toute reproduction à des fins commerciales est interdite. Toute reproduction du document, totale ou partielle, doit faire apparaître son origine et son auteur.