Optique
(Systèmes optiques)

Pour réviser le cours

EXERCICE 1 Méthode de Bessel (⋆)

La méthode de Bessel consiste à déterminer deux positions x_1 et x_2 d'une lentille de focale f' où l'on observe l'image d'un objet sur un écran de façon nette. On note $d = x_2 - x_1 > 0$ et D la distance objet écran.

1. Faire un schéma du montage.
2. Démontrer que si $D \geq 4f'$, alors $f' = \frac{D^2-d^2}{4D}$.

EXERCICE 2 La lunette astronomique (⋆⋆)

Une lunette est constituée d'un objectif assimilé à une lentille mince $\mathcal{L}_1$ convergente de focale $f'_1 \simeq 60$ cm et d'un oculaire assimilé à une lentille mince $\mathcal{L}_2$ convergente de focale $f'_2 \simeq 3,0$ cm. On note $d = \overline{O_1O_2}$.

1. **a.** Déterminer l'image A_1B_1 par $\mathcal{L}_1$ d'un objet très éloigné vu sous un angle $\alpha = 0,2°$.
   b. Quel tirage (valeur de d) faut-il donner à la lunette pour que l'observateur n'accommode pas ? En déduire le grossissement commercial G_c de la lunette dans cette situation.
2. L'œil est placé au foyer image de l'oculaire. Il voit net un objet se trouvant à une distance comprise entre $d_m = 25$ cm et l'infini.
   a. Déterminer la latitude de mise au point Δ de la lunette (c'est-à-dire l'intervalle du réglage de d pour lequel l'image est vu nette par l'œil).
   b. Quand l'image finale est au punctum proximum, déterminer la taille de l'image. En déduire le grossissement commercial G_c dans cette situation.

EXERCICE 3 Le microscope optique (⋆⋆)

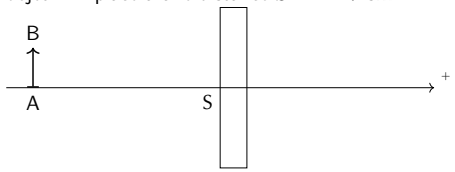
Un microscope est assimilable à deux lentilles convergentes que nous supposerons minces : l'objectif et l'oculaire.

1. L'objectif est une lentille $\mathcal{L}_1$, de centre optique O_1 et de distance focale $f'_1 \simeq +10$ mm. Un objet réel AB d'une taille transversale de 100 μm est situé à 11 mm du centre optique O_1. Déterminer par le calcul, les caractéristiques de l'image $A'B'$ de AB.
2. L'oculaire est une lentille $\mathcal{L}_2$ de distance focale $f'_2 \simeq +20$ mm. L'oculaire joue le rôle d'une loupe et donne de l'objet $A'B'$ une image $A''B''$. Quelle doit être la distance O_1O_2 entre les deux lentilles pour avoir une image $A''B''$ de nature virtuelle et de taille transversale 10 mm ? (on commencera par calculer la position de l'objet $A'B'$ par rapport au centre optique O_2).
3. Quel est le grossissement de ce microscope ?

L'essentiel

EXERCICE 4 Le miroir plan (⋆)

On considère un miroir plan de sommet S ainsi qu'un objet AB placé à une distance $\overline{SA} = -7$ cm.

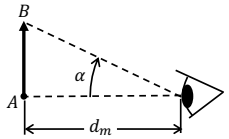


1. Identifier l'image B' du point B par rapport au miroir. Identifier le grandissement transversal γ_t du miroir plan.
2. Identifier la nature de l'image ainsi formée.
3. En quoi peut-on dire que le miroir plan est parfaitement stigmatique ? Connaissez-vous un autre système optique qui le soit également ?

EXERCICE 5 La loupe et l'œil (⋆⋆)

Pour examiner un petit objet AB à l'œil nu, en observant le maximum de détails, on doit l'approcher le plus près possible de l'œil. L'expérience montre cependant qu'il existe une distance minimale de vision distincte, notée d_m, en dessous de laquelle l'œil ne peut plus accommoder. Le plus grand angle sous lequel on peut voir à l'œil nu l'objet AB est donc :

$$\alpha \simeq \tan(\alpha) \simeq \frac{AB}{d_m}$$



(nous supposons l'objet assez petit pour pouvoir confondre l'angle et sa tangente).
Pour un œil normal, d_m est de l'ordre de $d_m \simeq 25$ cm. Le point A correspondant est appelé punctum proximum (P.P.). Toutefois l'observation rapprochée est fatigante, car l'œil doit accommoder ; l'observation idéale correspond à un objet éloigné (objet à l'infini). L'œil n'accommode alors plus et on dit que l'objet observé est au punctum remotum (P.R.) de l'œil.
Il est possible d'obtenir cette condition, tout en augmentant l'angle sous lequel on voit l'objet AB ; il suffit en effet de placer AB dans le plan focal objet d'une lentille convergente (jouant donc le rôle de loupe) de focale f'. L'image est alors à l'infini. On appelle α' l'angle sous lequel cette image est observée.

1. Montrer que le grossissement commercial $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de la loupe vaut $\frac{d_m}{f'}$, où f' est en mètres.
   Faire l'application numérique avec $G = 2,0$. Calculer la distance focale f' puis la vergence (ou puissance) de la loupe.

Mettre au point, c'est amener l'image dans le champ de vision de l'œil entre le punctum remotum (PR) (qui est à l'infini) et le punctum proximum (PP). Le petit déplacement correspondant de l'ensemble loupe-œil s'appelle la latitude de mise au point.

2. Calculer la latitude de mise au point Δ d'une loupe constituée par une lentille mince convergente de 3 cm de distance focale pour un œil restant au foyer image de la loupe.

On pourra commencer par évaluer la distance loupe-objet nécessaire pour que l'image soit au PP en réfléchissant à la nature et à la taille de cette image, puis la distance loupe-objet nécessaire pour que l'image soit au PR.

EXERCICE 6 Appareil photo (⋆⋆)

On considère l'appareil photo représenté en *Figure 1*, constitué d'un ensemble de lentilles de vergence équivalente $V \simeq 50,0\ \delta$, d'un capteur CCD de $6,5$ mégapixels de dimensions $8,8$ mm $\times$ $6,6$ mm et d'un diaphragme de rayon R réglable.

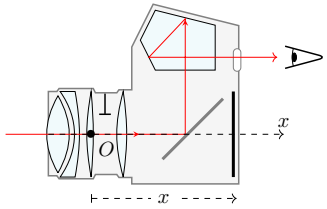


Fig 1. Appareil photographique

1. Déterminer la position x de l'écran pour observer un objet net situé à $d \simeq 4,0$ m en amont du système optique. Commenter.
2. Une personne de $h \simeq 1,70$ m, située à la distance d de l'appareil photo apparaîtra-t-elle entière sur la photographie ?
3. Déterminer la largeur a d'un pixel carré composant le capteur CCD.
4. Montrer que la profondeur de champ p de l'appareil photo a pour expression :

$$p = a\frac{Vd^2}{R}$$

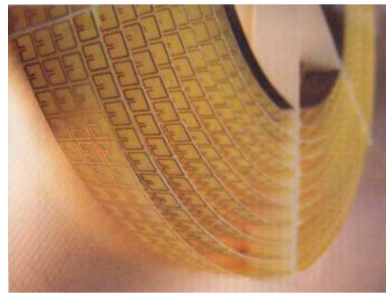
L'appareil photo a une ouverture $\Omega = \frac{1}{VR} \simeq 3,0$.

5. Calculer la profondeur de champ de l'appareil photo. Une personne située juste devant la première personne (environ 30 cm en avant) sera-t-elle nette sur la photographie ?
6. Comment réduire la profondeur de champ pour avoir un fond de photo flouté ? Quelles sont les conséquences sur les autres réglages de l'appareil photo ?

Pour aller plus loin

EXERCICE 7 Lentille plate de Veselago (⋆⋆)

En 1968, le physicien russe Victor Veselago a conduit des études théoriques dans le cadre d'une optique de Descartes où les milieux pourraient être d'indice négatif. Il a montré qu'avec de tels milieux, il était possible de réaliser une lentille convergente parfaitement plate. En 2000, le premier matériau possédant un indice négatif a été créé, on parle de métamatériau. Ce matériau est un diélectrique classique (verre de silice) dans lequel on a inséré des fils conducteurs selon une structure périodique, voir la photographie ci-dessous. Ce matériau s'est montré efficace pour des longueurs d'onde $\lambda \simeq 1$ cm. Son indice de réfraction a été mesuré à $n \simeq -2,7$. À l'heure actuelle, aucun métamatériau n'a été réalisé pour le domaine visible $\lambda \simeq 0,5$ μm. Seul un matériau d'indice $n = -0,3$ a été obtenu pour $\lambda \simeq 2$ μm.



On considère le schéma de la *Figure 2* où un objet AB est placé à la distance d d'une lame à face parallèles d'épaisseur e, d'indice $n < 0$ avec $|n| > 1$. La lame de métamatériau possède une hauteur très grande devant son épaisseur. On considère un rayon lumineux qui aborde ce milieu depuis A sous l'angle d'incidence i_1.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

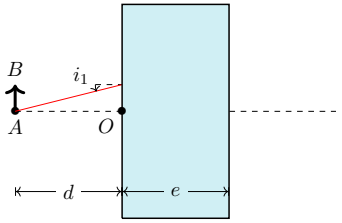


Fig 2. Modélisation de la lentille plate

1. La loi de la réfraction étant de Descartes étant toujours valable, quelle est la particularité du rayon réfracté par le dioptre plan $\mathcal{P}_{1,n}$ lorsque le milieu est d'indice négatif ?
2. On suppose que l'image A' de A par le dioptre plan $\mathcal{P}_{1,n}$ est située dans le milieu d'indice $n < 0$. Déterminer la distance OA' en fonction de d, n et i_1. En déduire que le dioptre plan $\mathcal{P}_{1,n}$ n'est pas stigmatique.
3. Montrer qu'en se plaçant dans les conditions de *Gauss*, le stigmatisme est assuré. Que vaut alors la distance OA' ? Où se situe l'image B' de B ? Quelle propriété présente donc le dioptre plan $\mathcal{P}_{1,n}$?

Dans la suite, on se place dans les conditions de *Gauss*.

4. À quelle condition sur l'épaisseur e de la lentille de Veselago, l'image $A'B'$ se situe-t-elle dans le métamatériau ? On suppose pour la suite que cette condition est aussi réalisée aussi pour un objet A_1B_1 situé à la distance $d_1 > d$ en arrière de AB par conséquent. Où se situe l'image de A_1B_1 par rapport à $A'B'$? On considère maintenant un objet constitué par A_1B_1AB. Que peut-on dire de son image dans le métamatériau ?
5. Pour une épaisseur e respectant la condition vue à la question précédente, déterminer la position de l'image définitive $A''B''$ de AB par la lentille de Veselago. A-t-on bien réalisé l'équivalent d'une lentille convergente traditionnelle ?

EXERCICE 8 Doublet d'achromats (⋆⋆⋆)

Pour améliorer la qualité d'une image formée par une lentille, il est possible de diminuer les aberrations chromatiques en utilisant un doublet de lentilles minces convergentes $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ de focales f_1 et f_2 et de centres optiques O_1 et O_2 séparés par une distance e d'air.

Un doublet est caractérisé par un triplet (m, n, p) tel que :

$$\frac{f_1}{m} = \frac{e}{n} = \frac{f_2}{p}$$

On s'intéresse ici au doublet $(4, 3, 2)$ de distance focale équivalente $f' \simeq 40,0$ mm.

1. La vergence V d'un doublet de deux lentilles de vergences V_1 et V_2 distantes de e est donnée par la *formule de Gullstrand* :
$$V = V_1 + V_2 - eV_1V_2$$
Déterminer ainsi f_1, f_2 et e.
2. En notant $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ la distance interfocale, montrer que les foyers F et F' du doublet vérifient :
$$\overline{F_1F} = -\frac{f_1^2}{\Delta} \quad \text{et} \quad \overline{F_2'F'} = \frac{f_2^2}{\Delta}$$
3. Exprimer $\overline{F_1F}$ et $\overline{F_2'F'}$ à f_1, f_2 et e. En déduire les positions de F et F'.
4. On note P le point principal objet et P' le point principal image du doublet. Rappeler la définition des quantités $\overline{PF}$ et $\overline{P'F'}$.
5. Exprimer les positions $\overline{PF_1'}$ et $\overline{P'F_2}$ en fonction de f_1, f_2 et e. En déduire que pour tout doublet vérifiant la relation $f_1 + f_2 = 2e$, les plans principaux occupent des positions particulières.
6. Réaliser la construction graphique des rayons lumineux passant par le doublet.
   - Placer les foyers F_1, F_1', F_2 et F_2' et les plans focaux associés.
   - Identifier la position des foyers principaux F et F' et en déduire celle des point principaux P et P'.
   - Déterminer f' graphiquement.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

EXERCICE 1 Méthode de Bessel (⋆)

1. Le montage est représenté en *Figure 3*.

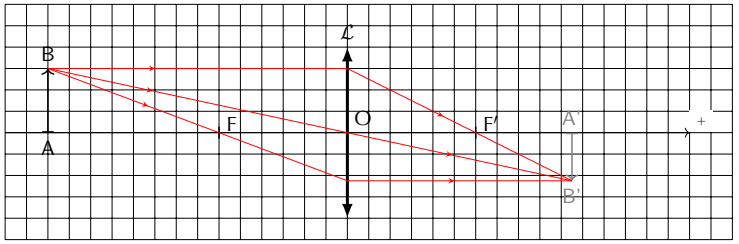


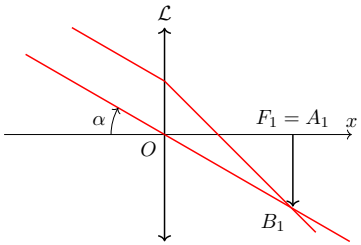
Fig 3. Tracé des rayons lumineux

2. La relation de conjugaison de Descartes s'écrit : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$, soit $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA'}-\overline{AA'}} = \frac{1}{f'}$. On a donc $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-D} = \frac{1}{f'}$ en posant $x = \overline{OA'} \Rightarrow \frac{x-D-x}{x(x-D)} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow -Df' = x^2 - Dx)$.
On doit donc résoudre le polynôme :
$$x^2 - Dx + Df' = 0$$
On observe une image à l'écran si x existe (solution réelle), le discriminant du polynôme doit donc être positif :
$$D^2 - 4Df' > 0 \Rightarrow \boxed{D > 4f'}$$
Avec la condition précédente remplie, il existe deux positions x_1 et x_2 pour laquelle on observe une image à l'écran :
   - $x_1 = \frac{D}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{D^2 - 4Df'}$
   - $x_2 = \frac{D}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{D^2 - 4Df'}$

$x_1 \simeq 68$ cm et $x_2 \simeq 12$ cm. $d = |x_1 - x_2| = \sqrt{D^2 - 4Df'}$, soit $d^2 = D^2 - 4Df' \Rightarrow \boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$.

EXERCICE 2 La lunette astronomique (⋆⋆)

1. **a.** Le montage est représenté ci-contre :



Dans l'approximation de Gauss, $\alpha \simeq \tan(\alpha) = \frac{A_1B_1}{OF_1'}$, soit $\boxed{A_1B_1 = f_1' \times \tan(\alpha) \simeq 0,21 \text{ cm}}$. L'image est dans le plan focal image, elle est renversée et mesure $2,1$ mm.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

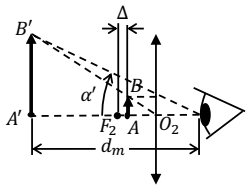
b. Pour que l'oeil n'accomode pas, il faut que l'image intermédiaire A_1B_1 soit dans le plan focal objet de l'oculaire, d'où $\boxed{d = \overline{O_1O_2} = f_1' + f_2' \simeq 63 \text{ cm}}$.

Le grossissement de la lunette est ainsi :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \simeq \frac{\tan(\alpha')}{\tan(\alpha)} = \frac{\overline{A_1B_1}}{f'1} \times \frac{f_2'}{\overline{A_1B_1}} \Rightarrow \boxed{G = \frac{f_1'}{f_2'} \simeq 20}$$

2 a. Dans les deux cas extrêmes :

- soit l'image est renvoyée à l'infini, dans ce cas $d = f_1' + f_2'$.
- soit l'image est renvoyée à $d_m \simeq 25$ cm de l'oeil, dans ce cas, on se trouve dans la configuration représentée ci-contre. La relation de conjugaison de Newton permet d'écrire que :



$$\overline{F_2A_1} \times \overline{F_2'A'} = -f_2'^2$$

Or $\overline{F_2A_1} = \Delta$ la latitude de mise au point, et $\overline{F_2'A'} = d_m$ puisque l'oeil se situe au foyer image de la lentille. On obtient donc :

$$\boxed{\Delta = \frac{f_2'^2}{d_m} \simeq 3,6 \text{ mm}}$$

b. Si l'image finale est au PP, le grandissement transversal est $\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{F_2O_2}}{\overline{F_2A_1}}$ d'après la relation de grandissement de Newton.

L'image observée a donc une taille $\overline{A'B'} = \overline{A_1B_1} \times \frac{f_2'}{\frac{f_2'^2}{d_m}} = f_1' \times \tan(\alpha) \times \frac{d_m}{f_2'}$, soit :

$$\boxed{\overline{A'B'} = \frac{f_1'}{f_2'} \tan(\alpha) d_m \simeq 1,7 \text{ cm}}$$

Le grossissement vaut alors $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ avec $\tan(\alpha) = \frac{\overline{A'B'}}{d_m}$, d'où :

$$\boxed{G \simeq \frac{\frac{f_1'}{f_2'}\alpha}{\alpha} = \frac{f_1'}{f_2'} \simeq 20}$$

Le grossissement reste le même que précédemment.

EXERCICE 3 Le microscope optique (⋆⋆)

1 On a $\overline{FA} = \overline{FO} + \overline{OA} = -1$ mm. D'après la relation de conjugaison de Newton, on peut donc établir :

$$\overline{F'A'} = -\frac{f'^2}{\overline{FA}} = 100 \text{ mm}$$

soit $\boxed{\overline{OA'} = \overline{OF'} + \overline{F'A'} \simeq 11 \text{ cm}}$.

On a donc :

$$\boxed{\overline{A'B'} = \overline{AB}\gamma t = \overline{AB}\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = 1 \text{ mm}}$$

L'image est **réelle renversée et agrandie dix foix**.

2 La distance $\overline{O_1O_2}$ doit être :

$$\boxed{\overline{O_1O_2} = \overline{O_1A'} + \overline{A'O_2} = 110 + 20 \text{ mm} \simeq 130 \text{ mm}}$$

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

3 Le grossissement du microscope est :

$$\boxed{G = \gamma_t \times g}$$

avec g le grossissement de l'oculaire.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/