Électrocinétique

(Signaux périodiques)

Pour réviser le cours

EXERCICE 1 Lecture au multimètre (⋆)

On considère un GBF délivrant un signal de tension variable :

$$u(t) = 3 + 2\cos(2\pi f t)$$

avec $f \simeq 50$ Hz la fréquence du signal.

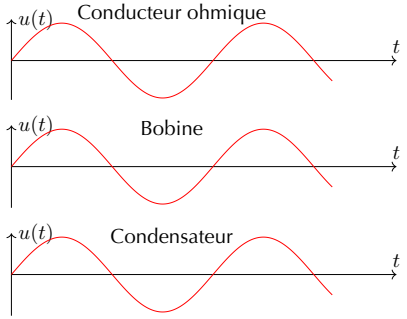
1. Un multimètre branché en mode « DC » permet de lire la valeur moyenne u_{DC} du signal. Quelle est la valeur affichée à l'écran ?
2. Un multimètre branché en mode « AC » permet de lire la valeur efficace u_{AC} du signal centré sur zéro (c'est-à-dire de valeur moyenne nulle). Quelle est la valeur affichée à l'écran ?
3. Calculer la valeur efficace u_{eff} du signal $u(t)$ puis identifier une relation liant u_{eff}, u_{AC} et u_{DC}.

EXERCICE 2 Lois de comportement (⋆)

1. Écrire les lois de comportement temporelles du conducteur ohmique, de la bobine et du condensateur. Détailler le sens des termes utilisés.
2. Identifier les impédances des trois dipôles énoncés ci-avant.
3. **a.** Dans un conducteur ohmique, la tension $u(t)$ et l'intensité $i(t)$ sont.....

   b. Dans une bobine, la tension $u(t)$ et l'intensité $i(t)$ sont en.....La tension est .....par rapport à l'intensité $i(t)$.

   c. Dans un condensateur, la tension $u(t)$ et l'intensité $i(t)$ sont en.....La tension est .....par rapport à l'intensité $i(t)$.
4. Tracer l'allure des intensité $i(t)$ correspondant au tracé de $u(t)$ pour les trois dipôles.



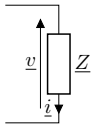
1. Alpes Technologies®

L'essentiel

EXERCICE 3 Facteur de puissance (⋆⋆)

On considère une installation électrique d'impédance complexe $\underline{Z} = R + jX$ alimenté par une tension sinusoïdale à 50 Hz : $v(t) = V_M\cos(\omega t)$. On exprime le courant $i(t)$ de la façon suivante :

$$i(t) = I_M\cos(\omega t - \Phi)$$



1. Déterminer l'expression de I_M en fonction de V_M, R, X. Quel est le signe de Φ lorsque le dipôle est inductif ?
2. Calculer la puissance active, valeur moyenne $\langle\mathcal{P}(t)\rangle$ de la puissance instantanée $\mathcal{P}(t)$ reçue par le dipôle, en fonction de V_M, I_M et Φ.
3. Pour une impédance $\underline{Z} = 18 + j40$ exprimée en Ω et une amplitude $V_M = 630$ V, calculer les valeurs numériques de I_M, Φ et P.
4. Quel condensateur faut-il mettre en parallèle pour ramener le facteur de puissance à $0,9$?

☞ Le facteur de puissance doit être proche de 1 pour optimiser une installation électrique. Voici une liste de facteurs de puissance des principaux récepteurs [1] :

Récepteur	$\cos(\Phi)$
Moteur asynchrone chargé à 0%	$0,17$
Moteur asynchrone chargé à 100%	$0,85$
Lampe à incandescence	~ 1
Lampe à décharge	$0,4$ à $0,6$
Four à résistance	~ 1
Four à induction compensée	$0,85$

EXERCICE 4 Signaux en phase (⋆)

Sachant que $e(t) = E\cos(\omega t)$, trouver la condition pour que $i(t)$ et $U(t)$ soient en phase quel que soit ω dans le circuit de la *Figure 1*.

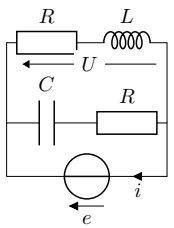


Figure 1 – Circuit électrique

EXERCICE 5 Caractéristique d'une bobine (⋆⋆)

Pour étudier une bobine réelle B, on réalise le montage représenté sur la *Figure 2*. C'est ainsi que l'on obtient l'oscillogramme reproduit sur la *Figure 2*.

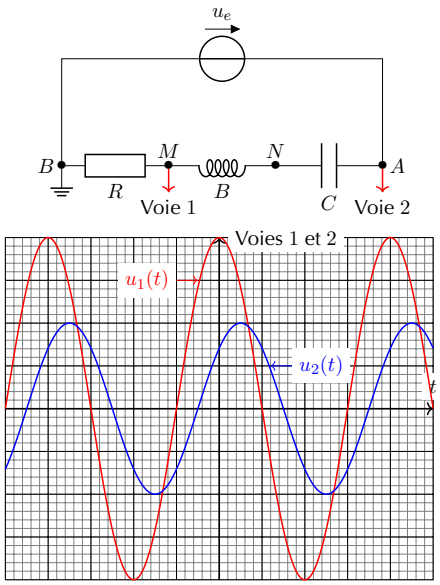


Figure 2 – Montage et oscillogramme

Le générateur délivre une tension $u_e(t) = U_m\cos(\omega t)$.
Données : $R \simeq 20\ \Omega$ et $C \simeq 10\ \mu$F.
Les calibres sont identiques pour les deux voies 2 V/div et 1 ms/div.

1. L'oscillogramme permet de calculer les valeurs de la période T, de la pulsation ω, des amplitudes U_m et I_m, et de l'impédance réelle $\underline{Z}_{AB}$. Déterminer ces valeurs numériques et recopier, en le compétant, le tableau qui suit.

Grandeur	T(s)	ω(rad · s^{-1})	I_m(A)	U_m(V)	$\underline{Z}_{AB}$(Ω)
Valeur numérique					

2. Des deux tensions u_1 et u_2, laquelle est en avance de phase sur l'autre ?
3. Calculer le déphasage φ entre la tension $u_e(t) = U_m\cos(\omega t)$ et l'intensité du courant $i(t) = I_m\cos(\omega t - \varphi)$.
4. Montrer que, dans l'hypothèse d'une bobine B idéale de résistance interne r nulle, les valeurs numériques de $\underline{Z}_{AB}$, φ, R sont incohérentes.
5. Il est donc nécessaire de prendre en compte la résistance r de la bobine. Calculer r.
6. En déduire la valeur numérique de l'inductance L.

Pour aller plus loin

EXERCICE 6 Dipôle inductif (⋆)

Une installation électrique est alimentée sous une tension efficace $U \simeq 200$ V. Elle consomme une puissance $\mathcal{P} \simeq 12$ kW. La fréquence vaut $f \simeq 50$ Hz et l'intensité efficace $I_{\text{eff}} \simeq 80$ A.

1. Sachant que cette installation est du type inductif, calculer la résistance R et l'inductance L qui, placées en série et avec la même alimentation, seraient équivalentes à l'installation.
2. Calculer la capacité C à placer en parallèle sur l'installation pour relever le facteur de puissance à la valeur $0,9$.

EXERCICE 7 Condensateur réel (⋆)

On considère un diélectrique imparfait de permittivité complexe $\underline{\varepsilon} = \varepsilon_0(x' - jx'')$ avec x' et x'' réels positifs. Il est l'isolant d'un condensateur de capacité $C = \frac{\underline{\varepsilon}}{\varepsilon_0}C_0$.
Ce condensateur est soumis à une tension sinusoïdale $u(t) = U\cos(\omega t)$.

1. Exprimer l'impédance complexe du condensateur en fonction de C_0, x' et x''.
2. En déduire qu'on peut le considérer comme l'association parallèle d'un condensateur parfait de capacité C_1 et d'une résistance R_1 qu'on exprimera à partir de C_0, x' et x''.

EXERCICE 8 Le quartz (⋆⋆)

Le quartz est un résonnateur mécanique dont le comportement est assimilable au dipôle AB représenté en *Figure 3* :

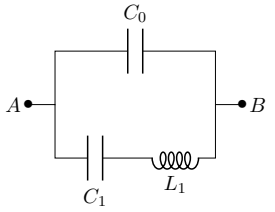


Figure 3 – Analogie électrique du quartz

On alimente ce dipôle avec une tension $U_{AB}(t) = e(t)$ sinusoïdale, de pulsation ω.

1. Déterminer l'impédance du dipôle AB.
2. Tracer $f(\omega) = |\underline{Z}|$.
3. Montrer que cette courbe admet deux singularités pour les pulsations ω_1 et ω_2 dont on précisera les expressions à partir des données du problème.

Document réservé à un usage privé. Toute reproduction à des fins commerciales est interdite. Toute reproduction du document, totale ou partielle, doit faire apparaître son origine et son auteur.

EXERCICE 1 Lecture au multimètre (*)

1. Le cosinus a une valeur moyenne nulle. Par conséquent, la valeur moyenne du signal est $\boxed{\langle u \rangle = 3 \text{ V}}$.
2. Le signal centré sur zéro a pour expression $u_{AC}(t) = 2\cos(2\pi ft)$. Par conséquent, la valeur efficace lue est celle d'un signal sinusoïdal : $\boxed{u_{AC} = \dfrac{2}{\sqrt{2}} \simeq 1,4 \text{ V}}$.
3. La valeur efficace du signal $u(t)$ est par définition :

$$u_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T (3 + 2\cos(2\pi ft))^2 \text{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T \left(9 + 12\cos(2\pi ft) + 4\cos^2(2\pi ft)\right) \text{d}t$$

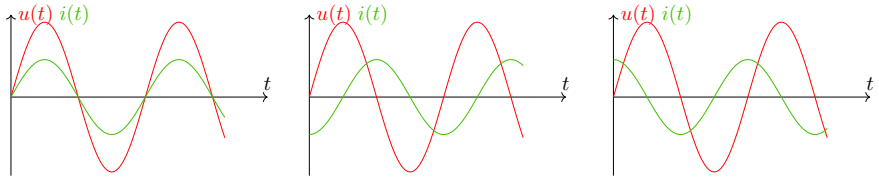
Or $\cos^2(2\pi ft) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(4\pi ft)$

On obtient : $u_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T}\left[9t + \frac{12}{2\pi f}\sin(2\pi ft) + \frac{4}{2}t + \frac{4}{2} \times \frac{1}{4\pi f}\sin(4\pi ft)\right]_0^T = 9 + 2 = 11 \text{ V}^2 \Rightarrow \boxed{u_{\text{eff}} \simeq 3,32 \text{ V}}$.

On remarque que $u_{\text{eff}}^2 = u_{AC}^2 + u_{DC}^2$ comme conséquence de la Formule de Parseval.

EXERCICE 2 Lois de comportement (*)

1. - Loi de comportement du conducteur ohmique : $u(t) = R \times i(t)$.
   - Loi de comportement de la bobine : $u(t) = L \times \frac{\text{d}i}{\text{d}t}(t)$.
   - Loi de comportement du condensateur : $i(t) = C \times \frac{\text{d}u}{\text{d}t}(t)$.
2. L'impédance du conducteur ohmique est $\underline{Z}_R = R$, celle du condensateur $\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$ et celle de la bobine $\underline{Z}_L = jL\omega$.
3. Compléter les affirmations suivantes :
   - **a.** Dans un conducteur ohmique, la tension $u(t)$ et l'intensité $i(t)$ sont **en phase**
   - **b.** Dans une bobine, la tension $u(t)$ et l'intensité $i(t)$ sont en **quadrature de phase**. La tension est **en avance** par rapport à l'intensité $i(t)$.
   - **c.** Dans un condensateur, la tension $u(t)$ et l'intensité $i(t)$ sont en **en quadrature de phase**. La tension est **en retard** par rapport à l'intensité $i(t)$.
4. L'allure des signaux est représentée ci-dessous :



(a) Conducteur ohmique (b) Bobine (c) Condensateur

Document réservé à un usage privé. Toute reproduction à des fins commerciales est interdite. Toute reproduction du document, totale ou partielle, doit faire apparaître son origine et son auteur.