1 - Filtrage actif avec ALI

Régime saturé

EXERCICE 1 Comparateur simple (⋆)

On considère le montage, représenté en *Figure 1*, appelé « comparateur simple ». La tension d'alimentation est $v_- = V\cos(\omega t)$ et l'ALI est considéré comme parfait.

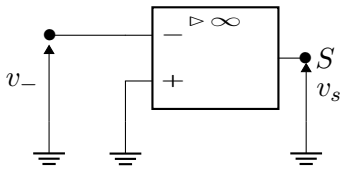


Fig 1. Comparateur simple

1. Quel est le régime de fonctionnement de l'ALI parfait ?
2. Tracer le graphe de $v_-(t)$ et de $v_s(t)$.
3. Quel type d'inconvénient peut poser ce circuit lorsque le signal $v_-(t)$ est bruité ?

EXERCICE 2 Comparateur à hystérésis (⋆)

On considère le montage de la *Figure 2* appelé « comparateur à hystérésis ».

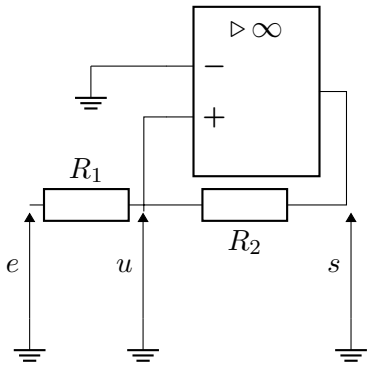


Fig 2. Comparateur à hystérésis

1. Préciser le régime de fonctionnement de l'ALI.
2. Exprimer u en fonction de e et s.
3. Exprimer la condition de basculement de la tension s. On note $\beta = \frac{R_1}{R_2}$.
4. Tracer $s = f(e)$ en orientant le graphe.
5. Représenter l'allure de $s(t)$ et $e(t)$ pour $e(t) = E\cos(\omega t)$.
6. Quel avantage présente ce circuit dans le traitement des signaux bruités (comparativement au comparateur simple).

Filtres simples

EXERCICE 3 Montage suiveur (⋆)

On considère les deux circuits représentés en *Figure 3*. l'ALI est supposé idéal.

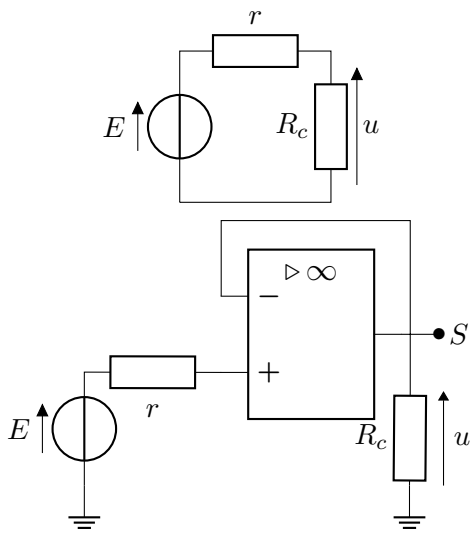


Fig 3. Intérêt du montage suiveur

1. Préciser le mode de fonctionnement de l'ALI.
2. Préciser l'expression de la tension $u(t)$ dans les deux situations représentées.
3. Conclure sur l'intérêt du montage suiveur.

.

EXERCICE 4 Montage intégrateur (⋆)

Sur le circuit représenté en *Figure 4*, l'A.L.I. est idéal et fonctionne en régime linéaire.

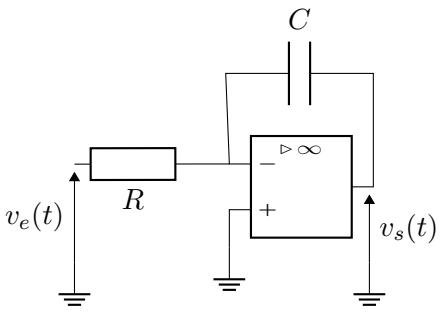


Fig 4. Montage intégrateur.

1. Calculer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}$.
2. Montrer qu'il s'agit d'un intégrateur. Établir l'équation différentielle vérifiée par $v_e(t)$ et $v_s(t)$ en régime quelconque.
3. Si $v_e(t) = v_0 + v_1\cos(\omega t)$ que vaut le signal de sortie ? Commenter.

4. On rajoute une résistance $R' \gg R$ en parallèle sur la capacité. Montrer que le système est alors un pseudo intégrateur dans un domaine que l'on précisera. On donne $R \simeq 10$ kΩ, $R' \simeq 100$ kΩ et $C \simeq 0,10$ μF.
5. Que vaut le signal de sortie pour une entrée de la forme :

$$v_e(t) = v_0 + v_1 \cos(\omega t)$$

vérifiant la condition avec $R'C\omega \gg 1$?

L'essentiel

.

EXERCICE 5 Filtre actif (⋆⋆)

On considère le filtre présenté en *Figure 5* avec $R \simeq 100\ \Omega$, $C \simeq 10$ μF, $R_1 \simeq 1$ kΩ et $R_2 \simeq 9$ kΩ. L'ALI est supposé idéal.

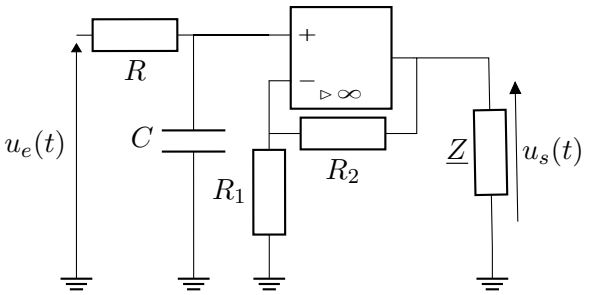


Fig 5. Filtre actif.

1. Indiquer si l'amplificateur opérationnel fonctionne en mode linéaire et justifier pourquoi.
2. Rappeler la signification de l'hypothèse d'ALI idéal.
3. Quelle est la nature du filtre ?
4. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ de ce filtre.
5. Quelle est l'influence de $\underline{Z}$? Quelle est l'utilité d'un tel montage ?
6. Quelle est la fréquence de coupure du filtre ?
7. Tracer le diagramme de Bode du filtre.

On considère le signal :

$$u_e(t) = 0,5 + 3 \times \cos(6\pi f_0 t) - 0,5 \sin(14\pi f_0 t)$$

avec f_0 la fréquence de coupure du filtre.

8. Dessiner le spectre $u_e(t)$.
9. Déterminer $u_s(t)$ et dessiner son spectre.

.

EXERCICE 6 Filtre de Sallen-Key (⋆⋆)

On considère un filtre de Sallen-Key représenté sur le schéma de la *Figure 6*. On suppose l'amplificateur de gain K parfait, d'impédance d'entrée infinie et d'impédance de sortie nulle. On peut donc écrire $s(t) = K\ V_B(t)$ avec V_B le potentiel électrique au nœud B.

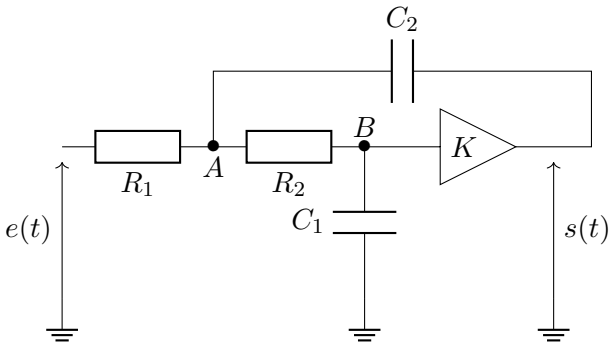


Fig 6. Filtre de Sallen-Key.

1. Sans calcul, identifier la nature du filtre.
2. Établir que la fonction de transfert du filtre $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{A}{1 + 2mjx + (jx)^2}$$

et expliciter A, x et m.
3. Simplifier cette fonction de transfert dans le cas où $R_1 = R_2 \mathrel{\hat{=}} R$ et en déduire les nouvelles valeurs de $x(\omega)$ et m.
4. Exprimer le gain en décibels $G_{\text{dB}}(j\omega)$ de $\underline{H}(j\omega)$ ainsi que sa phase $\Phi(j\omega)$.
5. Tracer les diagrammes de Bode du filtre de Sallen-Key.
6. Comment réaliser le gain K en pratique ?

.

EXERCICE 7 Filtre à ALI (⋆⋆)

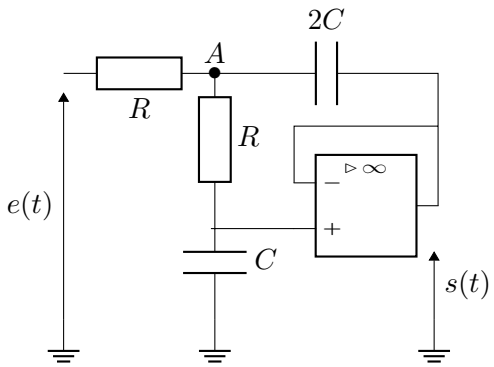


Fig 7. Filtre électronique.

On s'intéresse au montage de la *Figure 7*. Les intensités des deux entrées de l'A.L.I. sont nulles et les potentiels de ces entrées sont identiques.

1. Donner la fonction de transfert du circuit.
2. Quelle est l'équation différentielle liant $e(t)$ à $s(t)$?
3. Tracer le diagramme de Bode du filtre.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

4. Retrouver le comportement aux limites.
5. Donner la largeur de la bande passante.

Pour aller plus loin

.

EXERCICE 8 Filtre passe-bande (⋆⋆)

Le montage de la *Figure 8* est alimenté par une tension sinusoïdale.

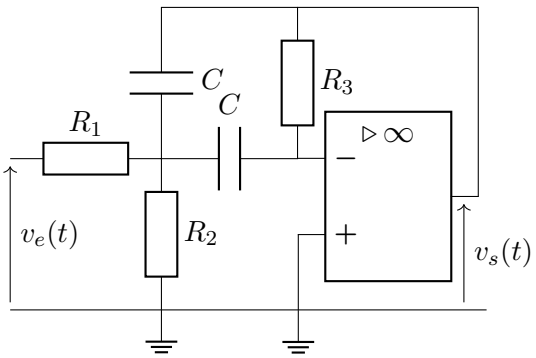


Fig 8. Filtre passe-bande actif.

1. Par une description qualitative à basses fréquences et à hautes fréquences, déduire la nature du filtre.
2. Calculer la fonction de transfert complexe définie par $\underline{H}(j\omega) = \frac{v_s(j\omega)}{v_e(j\omega)}$. On appelle R la résistance équivalente à R_1 et R_2 montées en parallèle, ω_0 la pulsation de résonance, H_0 la valeur maximale du module de $\underline{H}$, et on pose $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. Donner alors l'expression de $\underline{H}(x)$ sous forme canonique. Définir et calculer le facteur de qualité Q.
3. Donner les expressions du gain en décibels G_{dB} et de la phase Φ en condition asymptotique à hautes fréquences ($\omega \gg \omega_0$), à basses fréquences ($\omega \ll \omega_0$) et à la pulsation $\omega = \omega_0$. Calculer numériquement la pulsation propre ω_0, puis la fréquence f_0 de résonance, H_0 et Q.
4. Calculer numériquement les valeurs f_1 et f_2 de la fréquence aux frontières de la bande passante. Contrôler la largeur Δf de la bande passante (B.P.) avec les valeurs numériques de f_0 et Q.
5. Tracer le diagramme de Bode asymptotique en gain et en phase. En déduire l'allure des courbes réelles (valeur en f_0, f_1 et f_2).
6. Étude du filtre en régime périodique non sinusoïdal : le filtre est maintenant alimenté par un créneau symétrique de fréquence $f \simeq 516$ Hz et d'amplitude $U \simeq 0,3$ V.
   - **a.** Quels sont les harmoniques du signal d'entrée appartenant à la bande passante ?
   - **b.** Pour la ou les fréquences retenues, calculer le module et l'argument de la fonction de transfert. En déduire l'expression de la sortie pour cette (ces) fréquence(s).
   - **c.** Calculer le module de la fonction de transfert pour le premier harmonique hors de la B.P. (on prendra celui qui a la plus grande amplitude), et montrer que sa contribution au signal de sortie est négligeable. En déduire le signal de sortie $v_s(t)$.

Données : $R_1 \simeq 1$ kΩ, $R_2 \simeq 470$ Ω, $R_3 \simeq 330$ kΩ et $C \simeq 10$ nF.
Décomposition en série de Fourier *d'un signal carré :*

$$v_e(t) = \frac{4U}{\pi}\left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3}\sin(3\omega t) + \frac{1}{5}\sin(5\omega t) + \cdots\right)$$

.

EXERCICE 9 Filtre de Rauch (⋆⋆)

Le filtre de Rauch permet d'obtenir la composante continue d'un signal $v_1(t)$. On considère pour cela le montage illustré en *Figure 9*, avec un amplificateur opérationnel supposé parfait.

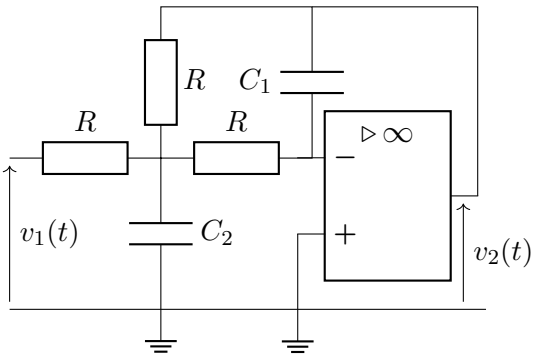


Fig 9. Filtre de Rauch.

Données : $R \simeq 10$ kΩ.

1. Déterminer $\underline{H}$ sous la forme canonique :
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + \frac{2mj\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$$
2. Calculer les valeurs des capacités C_1 et C_2 pour obtenir une fréquence propre $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \simeq 120$ Hz et un coefficient d'amortissement $m \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}$.
3. Pour les valeurs numériques précédentes, tracer le diagramme de Bode asymptotique (gain et phase) ainsi que l'allure de la courbe réelle.
4. Le circuit peut-il être utilisé en dérivateur ? en intégrateur ?
5. On envoie à l'entrée un signal de fréquence f_0.
   - **a.** Le signal est donné par $v_1(t) = a \times \cos(2\pi f_0 t)$. Représenter sans calcul l'allure de la tension v_2 observée en sortie.
   - **b.** Même question mais le signal est un créneau d'amplitude a et de moyenne $\frac{a}{2}$.
   - **c.** Même question mais le signal est triangulaire d'amplitude a et de moyenne 0.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

6 Donner l'expression de $v_2(t)$ pour le triangle. On s'arrêtera aux harmoniques ayant une amplitude supérieure au dixième du fondamental.

Le développement en série de FOURIER du triangle s'écrit $v(t) = \frac{8a}{\pi^2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\cos(\omega_0(2n+1)t)}{(2n+1)^2}$ avec $\omega_0 = \frac{T_0}{2\pi}$.

7 Quel est l'avantage de ce filtre par rapport à un filtre passif du premier ordre ? Donner, sans nouveau calcul, l'équation différentielle reliant les tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$, équation où figurent les constantes ω_0 et m.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/