5 - Utilisation des diagrammes

Pour réviser le cours

EXERCICE 1 Fuite dans un réservoir (⋆)

On s'intéresse au réservoir représenté en *Figure 1*, de volume V constant, contenant une masse $m(t)$ de gaz supposé parfait de température $T(t)$ et de pression $p(t)$ uniformes, et ayant une fuite vers l'extérieur (de température T_{ext} et de pression p_{ext} constantes).

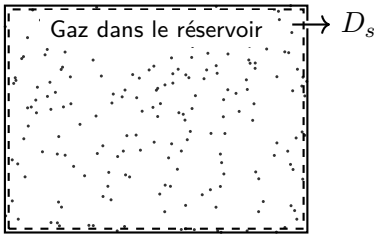


Fig 1. Fuite de gaz dans un réservoir calorifugé.

On néglige l'énergie cinétique massique de la matière quittant le système. On s'intéresse au système {volume contenant le gaz à T et p dans le réservoir, paroi non comprise} représenté par des pointillés sur la *Figure 1*.

1. Justifier que l'application du bilan de matière et du premier principe au système en pointillés, décrit par la *Figure 1*, permet d'obtenir le système d'équations :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} & = & -D_s \\ \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} & = & -D_s h \end{array} \right. \qquad (1)$$

2. Le modèle du gaz parfait.
   - **a.** Dans quelle situation limite un gaz réel s'identifie-t-il exactement à un gaz parfait ?
   - **b.** Donner la valeur du rapport $\frac{C_{pm}}{R}$ pour un gaz parfait monoatomique.
   - **c.** On observe expérimentalement que pour le CO_2 gaz parfait, le rapport $\frac{C_{pm}}{R}$ dépend de la température. Donner un argument physique expliquant pourquoi.
   - **d.** On note u l'énergie interne massique du gaz parfait, n le nombre de moles de gaz, m sa masse et M sa masse molaire. Justifier la relation $h = u + \frac{R}{M}T$ et en déduire l'équation :

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}T} = \frac{R}{M}(f(T) - 1) \qquad (2)$$

   dans laquelle $f(T) = \frac{C_{pm}}{R}$.

3. À partir de la relation $u = \frac{U}{m}$ liant l'énergie interne massique u, l'énergie interne U et la masse m du système étudié, montrer que le système d'équations (1) se ramène à l'équation :

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{R}{M}\frac{T}{m}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \qquad (3)$$

   Déduire alors de l'équation (3) la relation :

$$(f(T) - 1)\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \frac{T}{m}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t} \qquad (4)$$

On s'intéresse à la zone de l'espace dans laquelle se produit la fuite pour estimer le débit de fuite D_s.

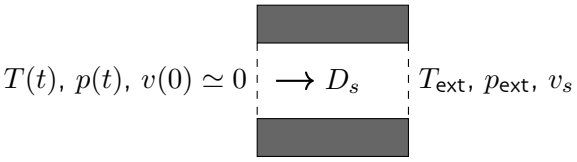


Fig 2. Fuite de CO_2 gazeux à travers l'orifice.

On considère le système {gaz dans la paroi du réservoir} (*Figure 2*) et on suppose que :

- l'écoulement de gaz à travers l'orifice est adiabatique et stationnaire ;
- la vitesse du gaz en entrée du système est nulle, elle est notée v_s en sortie ;
- la température et la pression du gaz en entrée sont notées T et p (ce sont celles du gaz à l'intérieur du réservoir) ; en sortie, elles sont notées T_s et $p_s = p_{\text{ext}}$.

4. Montrer que le débit massique D_s de fluide à travers la section de l'orifice est donné par :

$$D_s = \frac{\sigma v_s M p_{\text{ext}}}{R T_s} \qquad (5)$$

   où σ désigne la section de passage du fluide à travers l'orifice.

5. On s'intéresse au système gaz contenu dans la paroi du réservoir. Justifier que l'équation (1) s'écrit alors $\Delta h + \Delta e_c = 0$ et en déduire que la vitesse de sortie du CO_2 a pour expression :

$$v_s = \sqrt{2\frac{R}{M}\int_{T_s}^{T} f(T)\mathrm{d}T} \qquad (6)$$

6. L'écoulement de fuite du gaz est supposé isentropique.
   - **a.** Expliquer comment procéder expérimentalement pour rendre un écoulement pratiquement isentropique.
   - **b.** En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits, en déduire que T_s est solution de l'équation :

$$\int_{T}^{T_s} \frac{f(T)}{T}\mathrm{d}T + \ln\left(\frac{mRT}{MVp_{\text{ext}}}\right) = 0 \qquad (7)$$

EXERCICE 2 — Centrale à cogénération (⋆⋆)

Le principe de la cogénération au gaz naturel est de produire à la fois de l'électricité et de l'eau chaude. On utilise pour cela une centrale à vapeur et on récupère de l'énergie mécanique dans sa turbine et de l'énergie thermique au niveau du condenseur.

Le cycle de base d'une centrale à vapeur, illustré en *Figure 3*, comprend une chaudière où le combustible brûle, générant de la vapeur surchauffée $(2 \to 3)$, qui se détend ensuite dans une turbine fournissant du travail $(3 \to 4)$. La vapeur est liquéfiée dans un condenseur $(4 \to 1)$ puis une pompe rétablit la pression de la chaudière $(1 \to 2)$. Le condenseur est refroidi par une source froide externe.

Les transformations dans la turbine et la pompe sont supposées adiabatiques et réversibles, avec $|W_p| \ll |W_t|$.

Le fluide s'écoule en régime stationnaire avec un débit massique $D_{m_1} \simeq 1,00\ \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$, et les variations de vitesse et d'altitude sont négligées. La capacité thermique de l'eau liquide est $c_{\text{eau}} \simeq 4,185\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

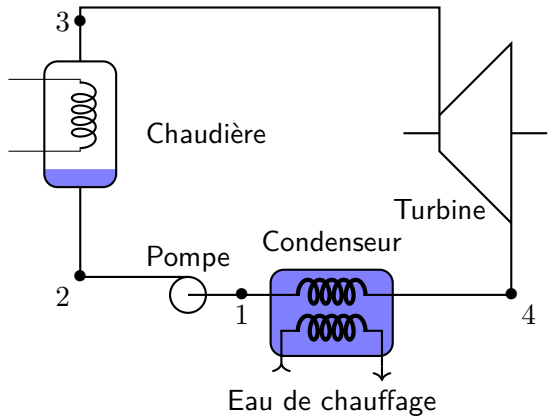


Fig 3. Centrale à vapeur avec récupération de l'énergie thermique dans le condenseur.

Au point 1 en sortie de condenseur, l'eau est à l'état liquide saturant, sous une faible pression à la température T_f.

- La pompe $(1 \to 2)$ comprime l'eau à environ 128 bar. La température T reste sensiblement constante pendant cette compression. Le point 2 se situe à l'intersection de l'isotherme $T \simeq 303$ K (environ $30°\text{C}$) et de l'isobare $p \simeq 128$ bar.
- Dans la chaudière $(2 \to 3)$, l'eau sous pression est portée à haute température, l'échauffement comportant les deux étapes.
  - — chauffage du liquide à pression constante ;
  - — évaporation de l'eau jusqu'à la dernière goutte de liquide.
- L'évolution dans la turbine $(3 \to 4)$ est modélisée par une détente adiabatique réversible.

1. Représenter le cycle parcouru par le fluide dans le diagramme des frigoristes $(\log(p), h)$ et en indiquant les étapes 1, 2, 3 et 4.
2. Calculer le transfert thermique massique q_c reçu par le fluide dans la chaudière.
3. Calculer le travail massique w_t reçu de la part de la turbine.
4. Justifier la légitimité de l'hypothèse $|w_p| \ll |w_t|$.
5. Préciser la nature de la transformation $4 \to 1$. Démontrer qu'une transformation réversible dans un échangeur thermique est nécessairement isobare. Quel est l'intérêt de cette étape ?
6. Établir l'expression et calculer la fraction massique de vapeur x_4 au point 4 en fonction de h_1, h_4 et $\Delta h_v(T_f)$, enthalpie massique de vaporisation à la température T_f.
7. Exprimer les variations d'entropie au cours de chaque transformation du système $\Delta S_{1\to2}$, ΔS_{23}, $\Delta S_{3\to4}$ et ΔS_{41} en fonction de la masse du système m, la capacité thermique massique de l'eau c_{eau}, T_f, T_c, $\Delta h_v(T_f)$, $\Delta h_v(T_c)$ et x_4.
8. En déduire l'expression de x_4 en fonction de $\Delta h_v(T_f)$, $\Delta h_v(T_c)$, c_{eau}, T_f et T_c.
9. Quelle puissance mécanique $\mathcal{P}_t$ reçoit la turbine ? Faire l'application numérique. Commenter le résultat.

On s'intéresse ici à l'énergie thermique que l'on peut récupérer au niveau du condenseur afin de produire de l'eau chaude pour alimenter une installation de chauffage domestique.

Le condenseur est un échangeur thermique que l'on suppose parfaitement calorifugé, schématisé en *Figure 4*.

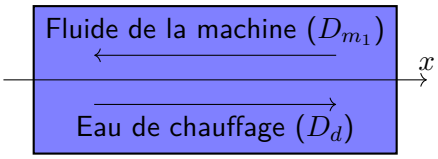


Fig 4. Schéma du condenseur.

On suppose les fluides en écoulement stationnaire. On puise l'eau de chauffage domestique à la température $T_d\ (x = 0) \simeq 5,0°\text{C}$, avec un débit D_d. Elle ressort de l'échangeur à la température $T_d(x = L) \simeq 60°\text{C}$.

10. Calculer la puissance thermique reçue par l'eau de chauffage domestique $\mathcal{P}_d$.
11. Calculer le débit massique D_d que doit posséder l'eau de chauffage domestique.
12. Exprimer puis calculer e_{cogen}, l'efficacité de la machine utilisant le principe de cogénération. Commenter.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

EXERCICE 3 Utilisation des diagrammes (⋆)

En utilisant les diagrammes entropique et de MOLLIER de l'eau, répondre aux questions suivantes.

1. On considère un mélange liquide-vapeur d'eau à $128°C$ de volume massique $0,1$ m³ · kg^{-1}.
   - **a.** Placer le point A caractérisant cet état d'équilibre sur le diagramme entropique de la vapeur d'eau. En déduire l'entropie massique du mélange ainsi que son enthalpie massique et son titre massique en vapeur. Déterminer l'entropie et l'enthalpie massique à $128°C$ du liquide saturant et de la vapeur saturante. La règle des moments est-elle vérifiée ?
   - **b.** On fait subir à ce mélange un échauffement isochore jusqu'à $400°C$. Quelle est la variation d'entropie massique subie par l'eau ?
2. Soit un mélange liquide-vapeur d'eau sous une pression $p \simeq 1,0$ bar et de titre massique en vapeur $x \simeq 0,9$.
   - **a.** Placer le point C caractérisant cet état d'équilibre sur le diagramme de MOLLIER de la vapeur d'eau. Déterminer l'entropie et l'enthalpie massique du mélange.
   - **b.** On fait subir à ce système une détente de JOULE-THOMSON jusqu'à une pression de $0,2$ bar. Quelle est l'entropie massique du système ? Son titre en vapeur ?

L'essentiel

EXERCICE 4 Cycle avec surchauffes (⋆⋆⋆)

On considère trois cycles de moteur à vapeur d'eau que l'on se propose de comparer.

Cycle C_1 : cycle $1-2-3-4-4'-1$
Cycle C_2 : cycle $1-2-3-4-5-6-6'-1$
Cycle C_3 : cycle $1-2-3-4-5-6-7-8-1$

Ces trois cycles sont représentés dans le diagramme entropique de la *Figure 5*.

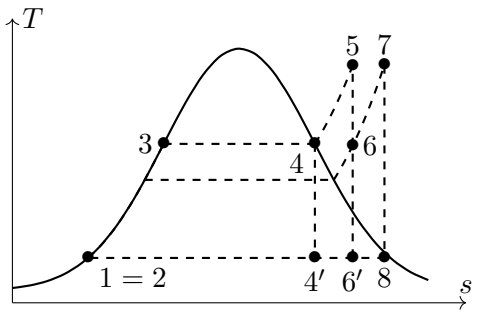


Fig 5. Diagramme entropique.

Pour le cycle C_3, l'installation est représentée en *Figure 6*. Le cycle décrit les transformations suivantes :

- $1 \to 2$ Le liquide arrive dans la pompe P et est comprimé de façon réversible et adiabatique ;
- $2 \to 4$ Le liquide est échauffé et vaporisé de façon isobare dans le générateur de vapeur GV ; au point 4, la vapeur est saturante ;
- $4 \to 5$ La vapeur est échauffée de façon isobare dans le surchauffeur S par échange thermique avec un fluide auxiliaire maintenu à la température $600°C$, de façon à ce que $T_5 \simeq 600°C$.
- $5 \to 6$ La vapeur subit une détente adiabatique réversible dans la turbine TV_1.
- $6 \to 7$ La vapeur est échauffée de façon isobare dans le resurchauffeur RS par échange thermique avec le fluide auxiliaire : donc $T_7 = T_5$;
- $7 \to 8$ La vapeur subit une détente adiabatique et réversible dans la turbine TV_2 ;
- $8 \to 1$ Le fluide est condensé de façon isobare dans le condenseur CD ;

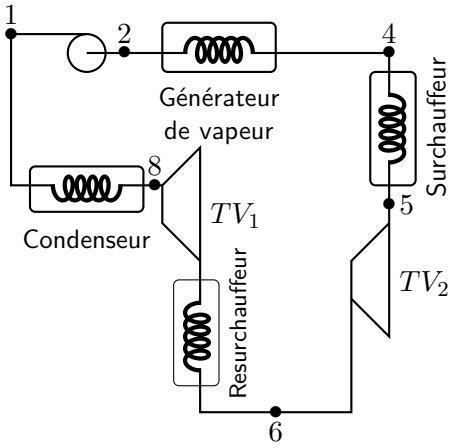


Fig 6. Schéma de l'installation.

Le cycle C_2 serait réalisé en détendant une fois le fluide (sans resurchauffe) et le cycle C_1 en détendant directement la vapeur saturée sèche. Tous les transferts de fluide dans les conduites de liaison sont supposés isothermes et isobares.

1. Justifier l'allure du cycle C_1 dans le diagramme entropique, et expliquer notamment pourquoi les points 1 et 2 sont confondus. On prendra par la suite $h_1 = h_2$. Placer le maximum de points sur le diagramme enthalpique. Quelles sont les températures des changements de phase ? Le cycle est-il réversible ?
2. Exprimer à l'aide du diagramme les titres en vapeur x en fin de détente dans chacun des trois cycles. En déduire la diminution de l'humidité relative (masse d'eau liquide par kilogramme de fluide) dans les turbines, due à la surchauffe (détente du cycle C_2 comparée à celle du cycle C_1), et celle due à la surchauffe et à la resurchauffe (détente du cycle C_3 comparée à celle du cycle C_1).
3. Calculer les quantités de chaleur massique échangées par le fluide avec le milieu extérieur pour les trois cycles.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

4. Calculer les rendements thermodynamiques théoriques des trois cycles et conclure.
5. Présenter les deux familles technologiques de pompes.

Données :

- Pressions $p_3 = p_4 \simeq 100$ bar ; $p_6 = p_7 \simeq 30$ bar ; $p_1 = p_8 = p'_4 = p'_6 \simeq 0,1$ bar.
- Caractéristiques de l'eau liquide : $v \simeq 10^{-3}$ m³ · kg^{-1} et $c \simeq 4,18$ kJ · kg^{-1} · K^{-1}.

EXERCICE 5 Pompe à chaleur (⋆⋆⋆)

On considère une pompe à chaleur utilisant comme fluide le fréon $R12$ et fonctionnant, en régime permanent, entre les températures $T_1 \simeq 213$ K et $T_5 \simeq 333$ K. Le schéma de l'installation de la pompe à chaleur est donné en *Figure 7*.

- BP et HP représentent les deux étages du compresseur, le taux de compression étant identique pour les deux étages. Aux points 1 et 3, les compresseurs aspirent de la vapeur saturante sèche. Les deux compressions sont supposées isentropiques.

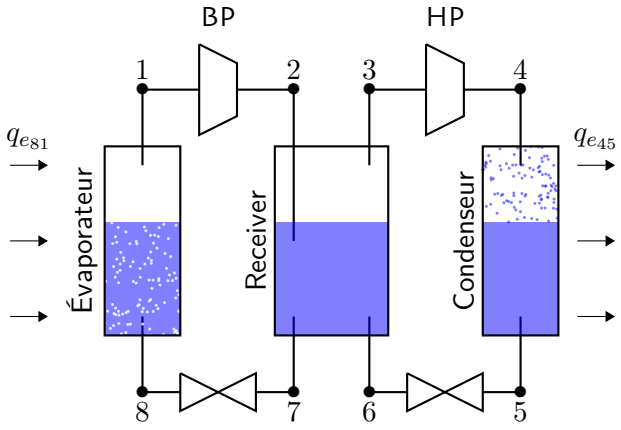


Fig 7. Pompe à chaleur à double étage.

- Dans le condenseur, le processus est isobare. Au point 5, le fluide est à l'état de liquide saturant à la température $T_5 = 333$ K.
- Dans l'évaporateur, le processus est isobare. Au point 1, le fluide est à l'état de vapeur saturante sèche à la température $T_1 = 213$ K.
- Les deux détentes $5 \to 6$ et $7 \to 8$ sont adiabatiques et donc isenthalpes.
- Toutes les canalisations sont isobares et calorifugées.
- Au point 7, le fluide est à l'état de liquide saturant.
- Le receiver est calorifugé et isobare.

1. Représenter sur les diagrammes les points 5 et 1 et lire les valeurs des pressions p_1 et p_5. En déduire la valeur de la pression intermédiaire $p_2 = p_3 = p_6 = p_7$. Représenter sur le diagramme les points 7 et 3. Lire la valeur de la température $T_7 = T_6 = T_3$ du changement d'état dans le receiver puis achever le cycle en représentant les points 6, 8, 2 et 4.
2. Étude des compresseurs : lire sur le diagramme les enthalpies massiques : h_1, h_2, h_3, h_4. En déduire les valeurs des travaux massiques de transvasement isentropiques w_{BP} et w_{HP} sur les étages BP et HP. Que devrait-on vérifier ?

On appelle respectivement D_{BP} et D_{HP} les débits massiques traversant les étages BP et HP du compresseur.

3. En déduire le rapport $\frac{D_{HP}}{D_{BP}}$ en fonction des enthalpies massiques h_6 et h_7 puis en déduire à l'aide du diagramme la valeur numérique du rapport des débits.
4. Exprimer et calculer la quantité de chaleur massique q_{81}.
5. Exprimer et calculer la quantité de chaleur massique q_{45}.
6. Calcul des caractéristiques du fréon : en utilisant l'un quelconque des deux compresseurs, et en supposant qu'on puisse traiter le fréon comme un gaz parfait, calculer son coefficient de LAPLACE γ. La valeur numérique obtenue est-elle vraisemblable ? Calculer la chaleur latente de vaporisation du fréon à la température T_1. Calculer la chaleur latente de vaporisation du fréon à la température T_5. Que doit-on vérifier ? Lire sur le diagramme les entropies massiques (qui sont exprimées en kJ · kg^{-1} · K^{-1}) s_1 et s_{10} des points 1 et 10 (ce dernier appartenant à la courbe de rosée à la température T_5). Rappeler la formule donnant l'entropie du mélange liquide – vapeur, en déduire de ces deux expressions les valeurs numériques de la température T_0 du point triple du fréon et la chaleur massique c_L du fréon liquide.
7. Vérifier que le premier principe est vérifié sur un cycle. Définir et calculer l'efficacité de l'installation.
8. Justifier le remplacement des anciennes machines à fréon $R12$ par d'autres fluides frigorigènes. Proposer un fluide adapté.

Fluide	↓ Inflammable toxique ↓	$CO_{2_{éq}}$	p_c (MPa)	T_c (°C)
Méthane	×	28	4,60	−82,59
CO_2		1	7,38	30,98
R41		150	5,90	44,13
R125			3,63	66,18
R218		7000	2,68	71,89
R143a		3800	3,76	72,71
R12	×	8100	4,14	111,85
R32		670	5,78	78,11
R1234vf		4	3,38	94,70
Propane		3,30	4,25	96,65
R134a		1300	4,06	101,06
R227ea		2900	2,92	101,75
R152a		132	4,52	113,26
RC318		8700	2,78	115,23
Butane	×	4	3,80	152,05
R245ca		560	3,92	174,42
Eau		< 1	22,06	373,95

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

EXERCICE 6 Machine frigorifique (⋆⋆)

Une machine frigorifique utilise un fluide calorigène, ici le fréon R-134a, mis en mouvement par le compresseur et subissant un cycle dans transformations dans chaque organe de la machine frigorifique. Le cycle de transformation est ainsi :

- $1 \to 2$: compression isentropique du fluide par le compresseur ;
- $2 \to 3$: échange thermique isobare à haute pression p_{HP} dans le condenseur ;
- $3 \to 4$: détente adiabatique dans un détendeur ;
- $4 \to 1$: Échange thermique isobare à la pression p_{BP} dans l'évaporateur.

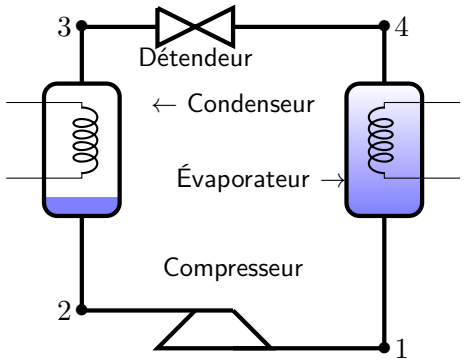


Fig 8. Décomposition de la machine frigorifique en ses différents organes.

1. Montrer que le premier principe de la thermodynamique appliqué au fluide dans un organe de machine s'écrit :

$$\underset{i\to j}{\Delta} h = w_{ij} + q_{ij}$$

avec $\underset{i\to j}{\Delta} h = h_j - h_i$ la variation d'enthalpie massique, w_{ij} le travail massique et q_{ij} le transfert thermique massique apporté au fluide entre les états i et j. Les hypothèses restrictives permettant l'écriture d'une telle forme du premier principe sont à énoncer clairement.

2. Faire une représentation schématique de la machine frigorifique en y indiquant les flux énergétiques w_{12}, q_{23} et q_{41}, leur signe, et une description de la source chaude et de la source froide dans le cas d'un congélateur domestique.

3. Lors de la traversée du condenseur, le fluide frigorigène a-t-il une température supérieure ou inférieure à celle de la source chaude ? Lors de la traversée de l'évaporateur, le fluide a-t-il une température supérieure ou inférieure à celle de la source froide ? Justifier votre réponse en interprétant les principes de la thermodynamique.

4. Citer la deuxième identité thermodynamique. Montrer qu'une transformation réversible dans un échangeur thermique est nécessairement isobare et préciser à quelles conditions la compression dans le compresseur peut être considérée isentropique.

On rappelle la définition qualitative de l'efficacité d'une machine frigorifique :

$$e \mathrel{\hat{=}} \left| \frac{\text{énergie massique utile}}{\text{énergie massique coûteuse}} \right|$$

5. À quoi correspondent ces deux termes énergétiques dans le cas de la machine frigorifique étudiée et identifier dans le cycle la transformation associée à chacun. Déterminer leur valeur numérique par lecture graphique sur le diagramme des frigoristes. En déduire la valeur de l'efficacité e de la machine.

6. Déterminer l'efficacité de CARNOT e_c d'un cycle de CARNOT équivalent fonctionnant entre deux sources de température à $T_{\text{chaud}} = 20°\text{C}$ et $T_{\text{froid}} = -15°\text{C}$. Commenter la valeur obtenue et identifier les sources d'irréversibilités dans le cycle réel.

7. Expliquer en quoi le sous-refroidissement permet d'augmenter l'efficacité de la machine, tous les autres paramètres étant gardés identiques.

Pour ne pas dégrader le compresseur, il est crucial que le fluide caloporteur soit purement gazeux à l'entrée de cet organe, toute goutte de liquide entraînant son usure prématurée. C'est pourquoi le fluide à la sortie de l'évaporateur est « surchauffé » : sa température T_1 dans l'état 1 est supérieure à celle de la vapeur saturante $T_{\text{sat}}(p_{\text{BP}})$. La surchauffe est une marge de sécurité qui permet de garantir que le fluide sera bien gazeux à l'entrée du compresseur, même si le fonctionnement de la machine est perturbé. Le fluide à la sortie du condenseur (état 3) est dit « sous-refroidi » : sa température de sortie T_3 est plus basse que la température de vapeur saturante $T_{\text{sat}}(p_{\text{HP}})$.

8. Déterminer graphiquement la valeur numérique de la surchauffe : $T_1 - T_{\text{sat}}(p_{\text{BP}})$ et du sous-refroidissement : $T_3 - T_{\text{sat}}(p_{\text{HP}})$.

9. La transformation $3 \to 4$ est une détente de JOULE-THOMSON. Le détendeur peut être assimilé à un simple étranglement local de la conduite. Il n'y a pas de pièce mobile et les parois sont calorifugées. Déterminer la nature de la transformation subie par le fluide.

Dans la zone située à gauche de la courbe de saturation, les isothermes sont verticales, donc confondues avec les isenthalpiques. Le R134a étant liquide dans cette zone, cela correspond à l'approximation usuelle stipulant que $\Delta h \simeq c_p \Delta T$ (avec $c_p \simeq 1,0$ kJ · kg^{-1} · K^{-1}) pour une phase condensée. On souhaite ici vérifier la validité de cette approximation sur la première phase de la détente du R134a, avant vaporisation (du point 3 jusqu'à la courbe de saturation).

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

10. La fin de la détente $3 \to 4$ provoque une vaporisation du R134a. Établir qu'au cours de cette vaporisation, la variation d'enthalpie massique peut s'écrire :

$$\underset{3\to4}{\Delta} h = \ell_v(T_4)x_v + c_p(T_4 - T_3)$$

$\ell_v(T_4) \triangleq h_v(T_4) - h_\ell(T_4)$ étant la chaleur latente de vaporisation à la température T_4 et x_v le titre en vapeur au cours de la vaporisation. On justifiera clairement la démarche utilisée.

11. Mesurer graphiquement $\ell_v(T_4)$. En déduire par le calcul une valeur numérique de la variation de température $(T_4 - T_3)$ attendue lors de la transformation $3 \to 4$. Conclure.

Pour aller plus loin

EXERCICE 7 Machine à vapeur (⋆⋆⋆)

On considère une machine à vapeur, représentée en *Figure 9*, où :

- C est le condenseur où a lieu une condensation totale du fluide à la pression $p_A = p_E \simeq 0,5$ bar ;
- P est une pompe qui porte le liquide, de façon isentropique à la pression $p_B \simeq 100$ bar ;
- GV est un générateur de vapeur, où le liquide sortant de la pompe est chauffé à l'état de liquide saturant à la pression p_B, au point intermédiaire C, puis ce liquide est totalement vaporisé, de façon à ce qu'on ait une vapeur saturante au point D ;
- T est une turbine calorifugée, où le fluide subit une détente irréversible qui l'amène au point E de titre $x_E \simeq 0,75$.

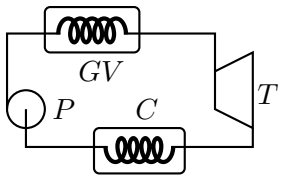


Fig 9. Machine à cycle de RANKINE.

1. Calculer le travail indiqué massique w_{iP}, mis en jeu par la pompe. La masse volumique de l'eau liquide vaut $\mu \simeq 1,0 \times 10^3$ kg · m^{-3}. Conclusion ? Représenter le cycle sur le diagramme entropique de l'eau.
2. Lire sur le diagramme les quantités suivantes : T_C, température de changement d'état dans le générateur de vapeur, T_F, température de changement d'état dans le condenseur, les enthalpies massiques h_A, h_C, h_D, h_E ainsi que les entropies massiques s_A, s_C, s_D, s_E. Comment peut-on contrôler la valeur de h_A ? On donne la chaleur massique de l'eau liquide : $c_L \simeq 4,18$ kJ · kg^{-1} · K^{-1}. Comparer les températures des changements d'état à ce qu'on obtiendrait avec la formule de DUPERRAY :

$$p = \left(\frac{T}{100}\right)^4$$

avec p en bar et T en °C.

3. Calculer la quantité de chaleur massique q_c échangée par le fluide avec la source chaude, puis la quantité de chaleur massique q_F échangée par le fluide avec la source froide, et enfin le travail massique w fourni par la turbine. Vérifier le premier principe.
4. Définir et calculer le rendement η_1 de l'installation.

La turbine est désormais supposée idéale, la détente est isentropique. On appelle F le point correspondant à la sortie de la turbine.

5. Représenter le point F sur le diagramme.
6. Lire l'enthalpie massique h_F.
7. En déduire le travail indiqué massique w' fourni par la turbine, puis la nouvelle valeur du rendement η_2. Conclusion ?

On effectue un soutirage au cours de la détente dans la turbine isentropique, au point G, à la pression $p_G \simeq 10$ bar. Si le débit massique dans GV vaut D_m, le débit de soutirage vaut γD_m, de sorte que γ (grandeur sans dimension) représente la fraction soutirée.

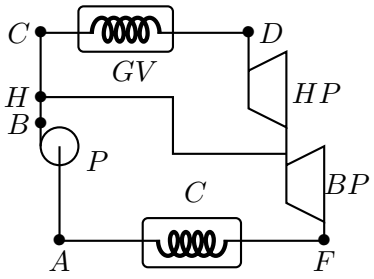


Fig 10. Machine à cycle de RANKINE avec soutirage.

Le schéma de la nouvelle installation est donné sur la *Figure 10*, où le générateur de vapeur a été réduit à la zone de vaporisation pour mettre en évidence le point H (mais GV est aussi entre H et C en fait).

8. Représenter les points G et H sur le diagramme.
9. Lire les enthalpies massiques h_G et h_H.
10. Calculer la fraction soutirée γ.
11. En déduire le travail massique total w'' (étage HP et étage BP) fourni par la turbine. Calculer la nouvelle quantité de chaleur massique q_c échangée par le fluide avec la source chaude, et en déduire le nouveau rendement η_3 de l'installation et conclure. Calculer le rendement théorique de CARNOT et conclure.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

EXERCICE 8 Liquéfaction de l'azote (⋆⋆⋆)

On représente en *Figure 11* le schéma de principe du procédé de LINDE-HAMPSON utilisé pour produire de l'azote liquide.

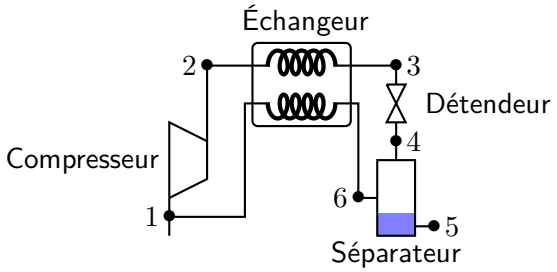


Fig 11. Procédé de LINDE-HAMPSON.

Le fluide entre dans le compresseur dans l'état 1 ($p_1 \simeq 1,0$ bar ; $T_1 \simeq 290$ K) où il y subit une compression isotherme réversible qui l'amène à l'état 2. Il est alors refroidi à la pression constante ($p_3 = p_2$) dans l'échangeur, avant d'être détendu jusqu'à la pression atmosphérique ($p_4 = p_5 = p_6 = p_1 \simeq 1,0$ bar) dans le détendeur. L'azote liquide est extrait du séparateur ; la vapeur saturée sèche d'azote (état 6) est utilisée pour refroidir l'azote dans l'échangeur ; on admet que cette vapeur d'azote est ramenée à l'état 1 à la sortie de l'échangeur.

L'étude de ce procédé de liquéfaction est effectuée en utilisant, sauf à la *question* 1, les propriétés thermodynamiques réelles lues sur le diagramme entropique de l'azote. Dans tout le problème, on négligera les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle.

PARTIE A : Étude de la compression :

Le compresseur C est refroidi uniquement par l'intermédiaire d'un circuit d'eau dans lequel l'eau subit une augmentation de température de 15°C. La capacité thermique massique de l'eau liquide est égale à $4,18$ kJ · kg^{-1} · K^{-1}. La constante des gaz parfaits est égale à $R \simeq 8,314$ J · mol^{-1} · K^{-1}. On admet que la compression de l'azote s'effectue de façon isotherme réversible de l'état 1 à l'état 2 ($p_2 \simeq 200$ bar).

1. Modèle du gaz parfait.
   - **a.** L'azote ($M = 29$ g · mol^{-1}) peut-il être assimilé à un gaz parfait durant cette compression ? Justifier la réponse.
   - **b.** Trouver la constante spécifique r de la loi d'état des gaz parfaits pour l'azote.
   - **c.** Calculer la variation d'entropie massique de l'azote durant la compression. En déduire la quantité de chaleur fournie par 1 kilogramme d'azote comprimé à l'eau de refroidissement et le rapport du débit massique d'azote comprimé au débit massique d'eau de refroidissement.
   - **d.** Calculer le travail échangé entre l'unité de masse d'azote et les parties mobiles du compresseur.
2. Utilisation du diagramme.
   - **a.** Placer les points 1 et 2 sur le diagramme entropique de l'azote et déterminer leur enthalpie et entropie massique.
   - **b.** Déterminer la quantité de chaleur évacuée par l'eau de refroidissement par kilogramme d'azote comprimé. En déduire le rapport du débit massique d'azote comprimé au débit massique d'eau de refroidissement.
   - **c.** Déterminer le travail échangé entre l'unité de masse d'azote et les parties mobiles du compresseur.
   - **d.** Comparer ces résultats avec ceux obtenus précédemment en utilisant la loi des gaz parfaits puis conclure.

PARTIE B : Performances du cycle :

L'azote passe de 200 bar à 1 bar lors de la détente dans le détendeur qui ne comporte pas de parties mobiles. Le détendeur, le séparateur, l'échangeur et tous les circuits de liaison sont supposés parfaitement calorifugés.

3. Déterminer, en justifiant le résultat, la nature de la transformation dans le détendeur.
4. Placer les points 5 et 6 sur le diagramme et déterminer leur enthalpie et entropie massique. Vérifier la seconde identité thermodynamique.
5. À quelle température minimum faut-il refroidir l'azote dans l'échangeur pour obtenir de l'azote liquide à $1,0$ bar ?
6. On note γ la masse d'azote liquide obtenue par kilogramme d'azote comprimé.
   - **a.** En écrivant le premier principe de la thermodynamique pour le séparateur et pour l'échangeur, déterminer γ en fonction de h_1, h_2 et h_5.
   - **b.** En déduire la valeur de γ puis l'enthalpie massique et l'entropie massique des points 3 et 4 et les placer sur le diagramme.
   - **c.** Quel est le titre de vapeur en 4 ?
   - **d.** Calculer le travail de compression dépensé par kilogramme d'azote liquide produit. En déduire la puissance du compresseur lorsqu'on produit 50 kg par heure d'azote liquide.

EXERCICE 9 Échangeurs thermiques (⋆⋆)

Les échangeurs thermiques sont des constituants de machines thermiques dont l'objet est de réaliser un transfert thermique depuis un fluide chaud vers un fluide froid.

On étudie ici un échangeur thermique linéaire, de longueur L et de largeur ℓ traversé par deux fluides différents. Deux familles d'échangeur thermique existent :

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

dans le cas où les fluides circulent dans le même sens, on parle d'échangeur co-courant, le cas échéant d'échangeur à contre-courant (représenté en *Figure 12*).

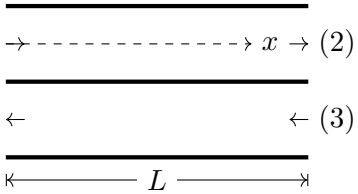


Fig 12. Échangeur à contre-courant.

On suppose que le fluide chaud (indicé c) passe de l'état (1) à l'état (2) et le fluide froid (indicé f) de l'état (3) à l'état (4). Les températures associées à ces quatre états sont respectivement T_1, T_2, T_3 et T_4. On note D_{m_i} le débit massique c_i la capacité thermique massique, μ_i la masse volumique et T_i la température de chaque fluide, avec $i = c$ ou f.

Le transfert thermique surfacique ϕ entre le fluide chaud et le fluide froid a pour expression $\phi = k(T_c(x) - T_f(x))$.

Données : $c_{\text{eau}} \simeq 4,18$ kJ · kg^{-1} · K^{-1}.

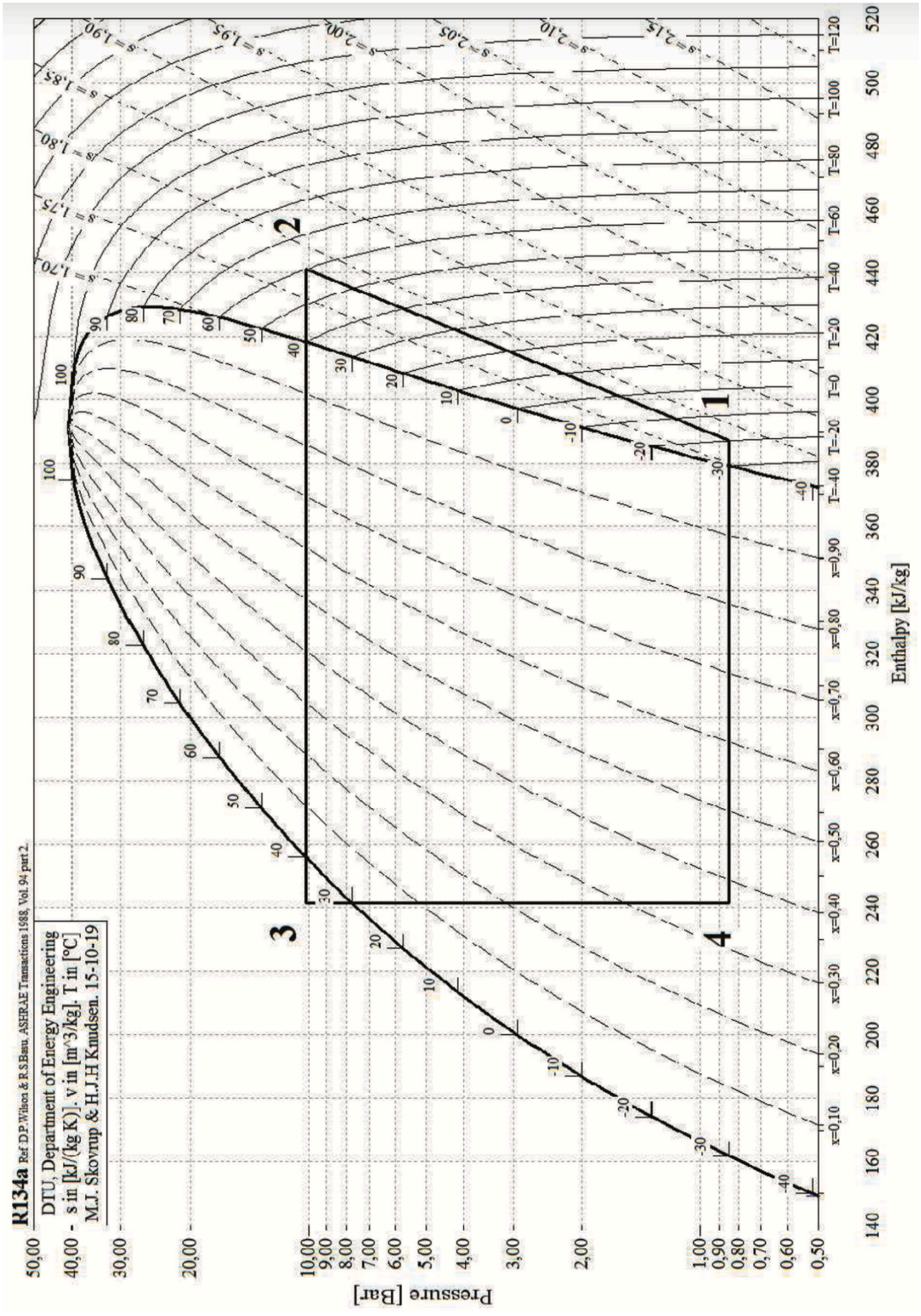
1. Montrer que la puissance thermique $\mathcal{P}$ transférée du fluide chaud vers le fluide froid vérifie la relation :

$$\mathcal{P} = kS\Delta_{\ln}T$$

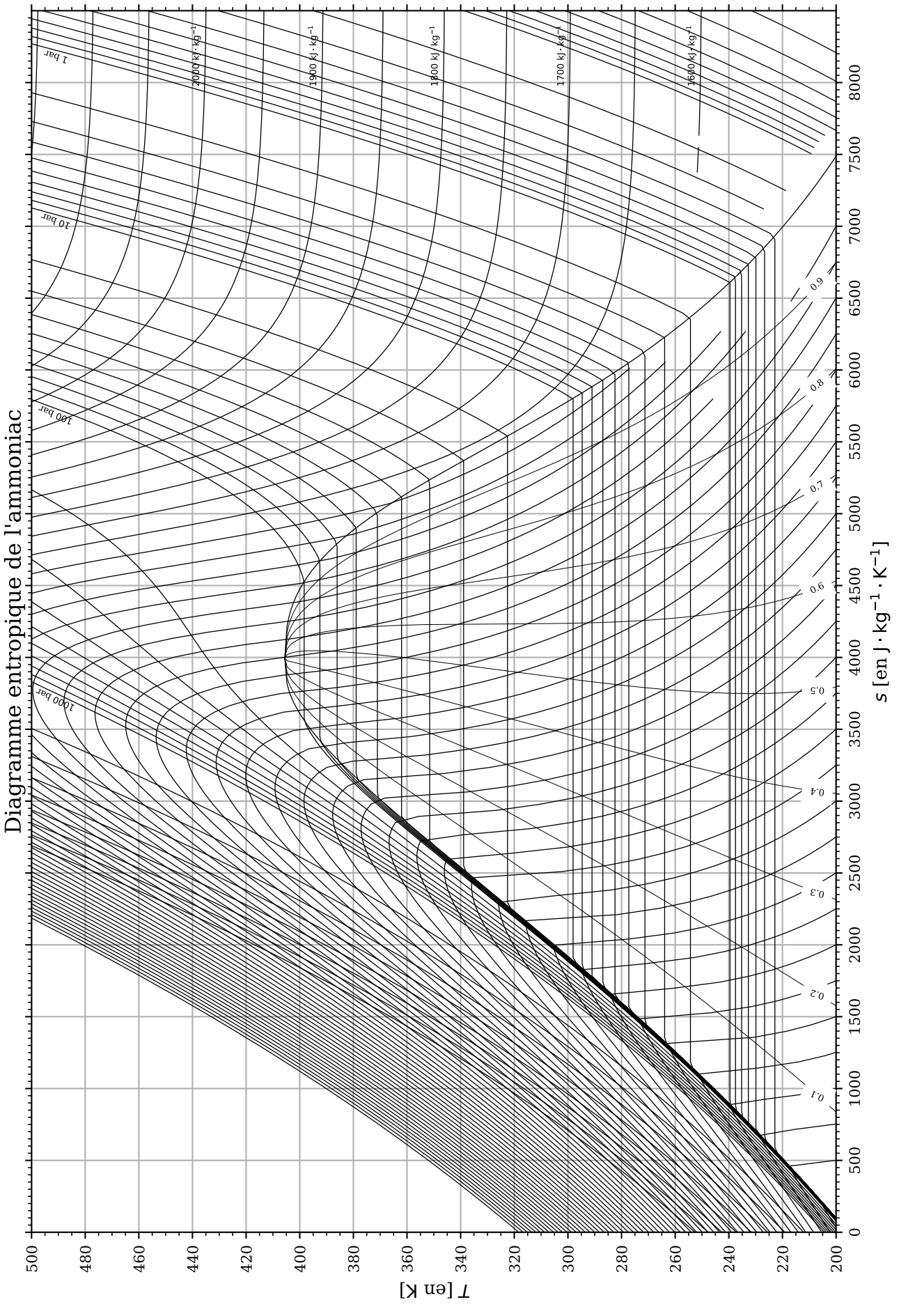
avec S la surface d'échange et $\Delta_{\ln}T$ à exprimer en fonction des différentes températures.

2. Déterminer l'expression du profil de température $T_c(x)$ et $T_f(x)$ dans un échangeur thermique co-courant puis à contre-courant.
3. Pour de l'eau à $T_1 \simeq 100°$C, $T_2 \simeq 30°$C et $T_3 \simeq 20°$C, déterminer les débits D_{m_c} et D_{m_f} correspondant à une évacuation d'une puissance thermique $\mathcal{P} \simeq 2,0$ GW sans élévation de plus de $10°$C de l'eau de refroidissement.
4. En appliquant le premier principe, déterminer la création d'entropie massique par unité de temps $\frac{\mathrm{d}s^{\text{cr}}}{\mathrm{d}t}$ dans l'échangeur.
5. Préciser un avantage et un inconvénient de chaque type d'échangeur.

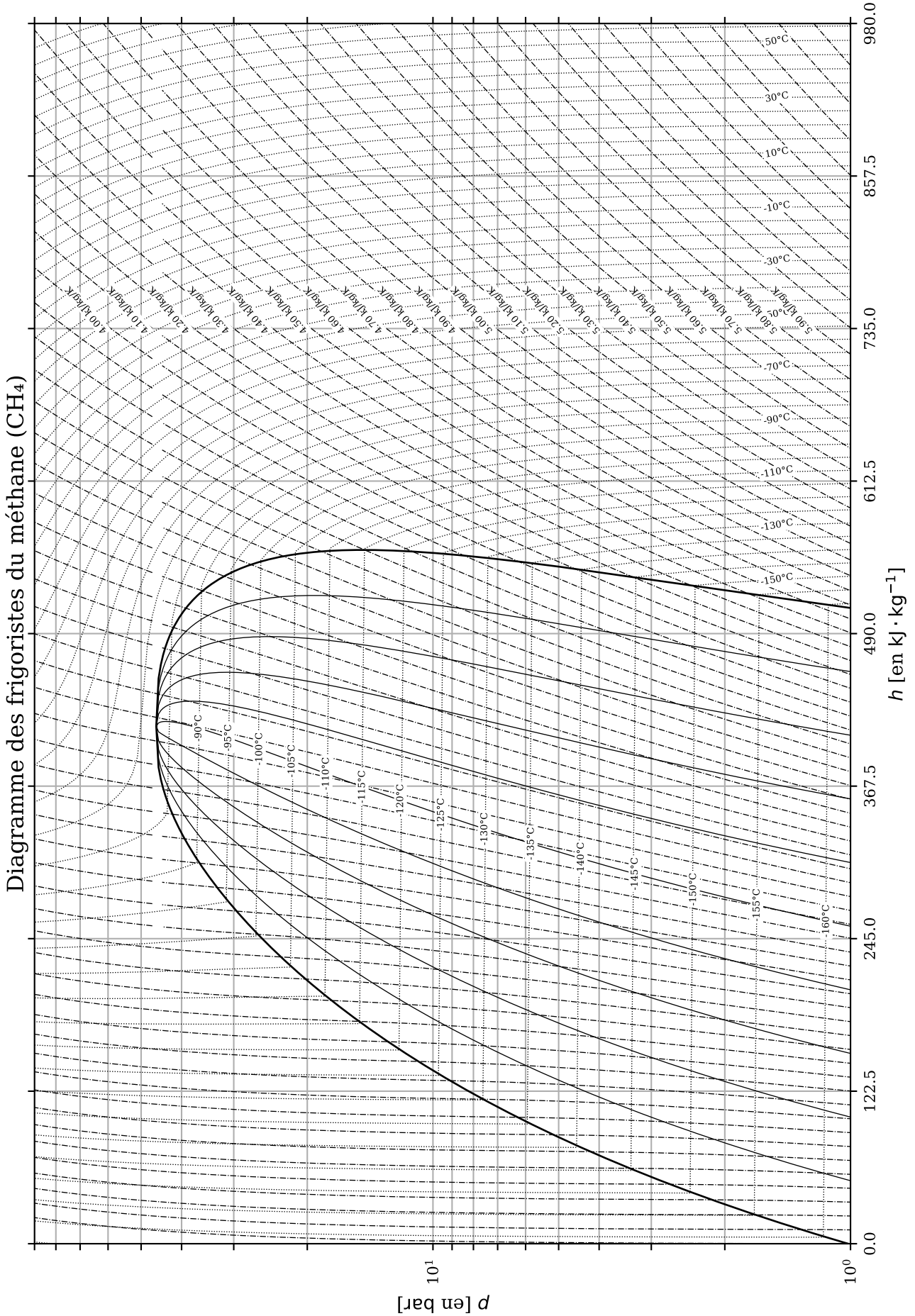
Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/



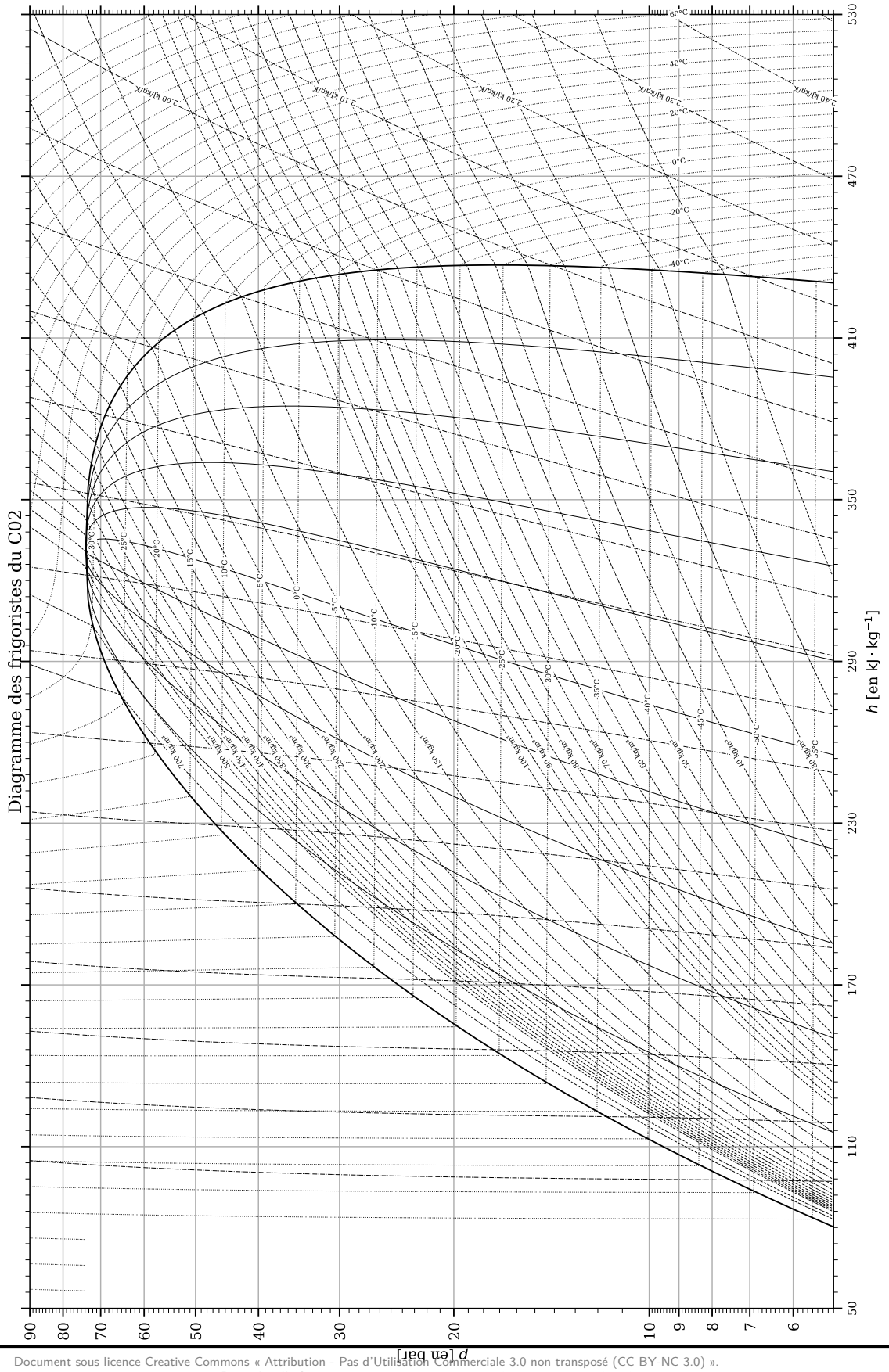
Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/



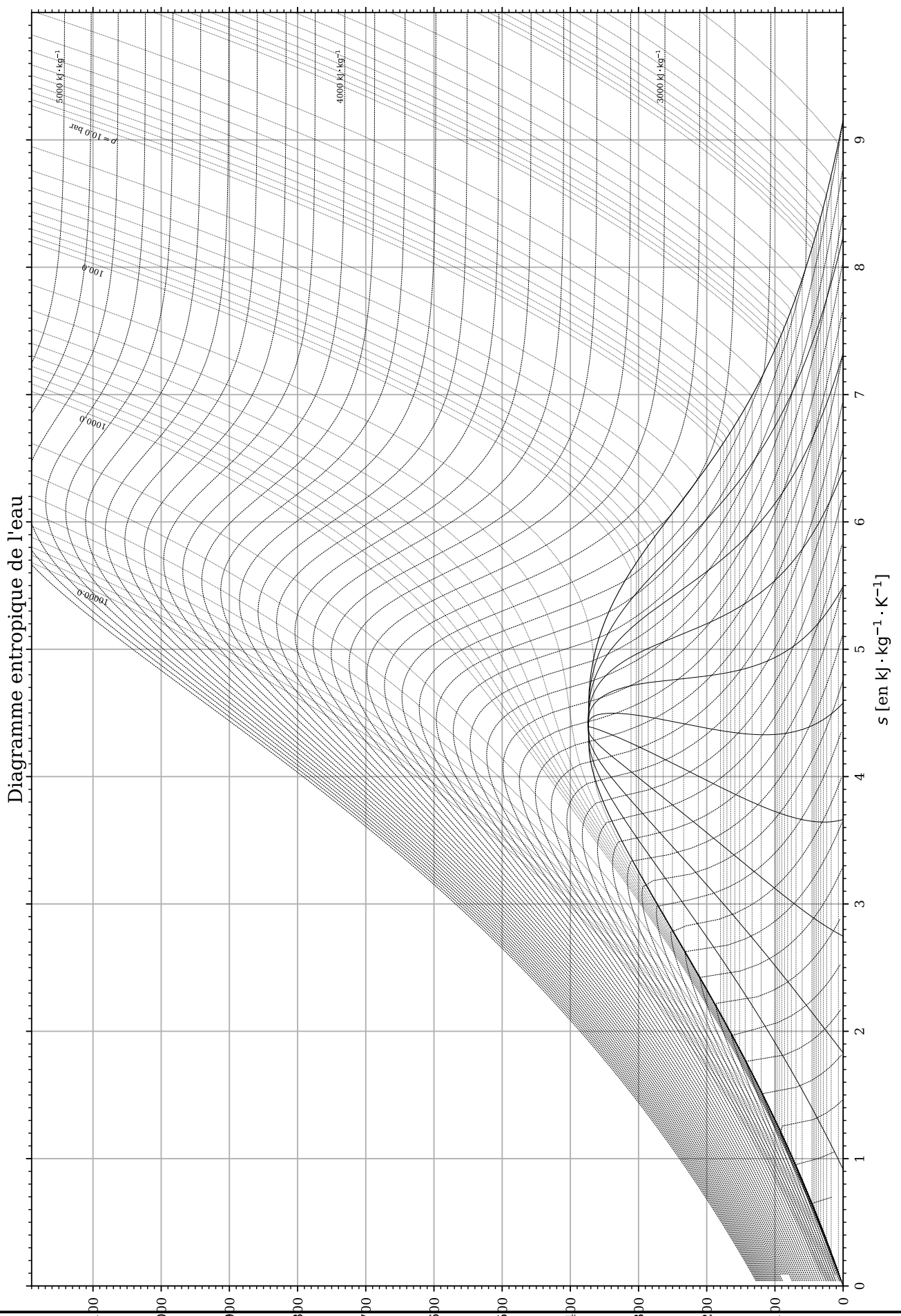
Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/



Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/



Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

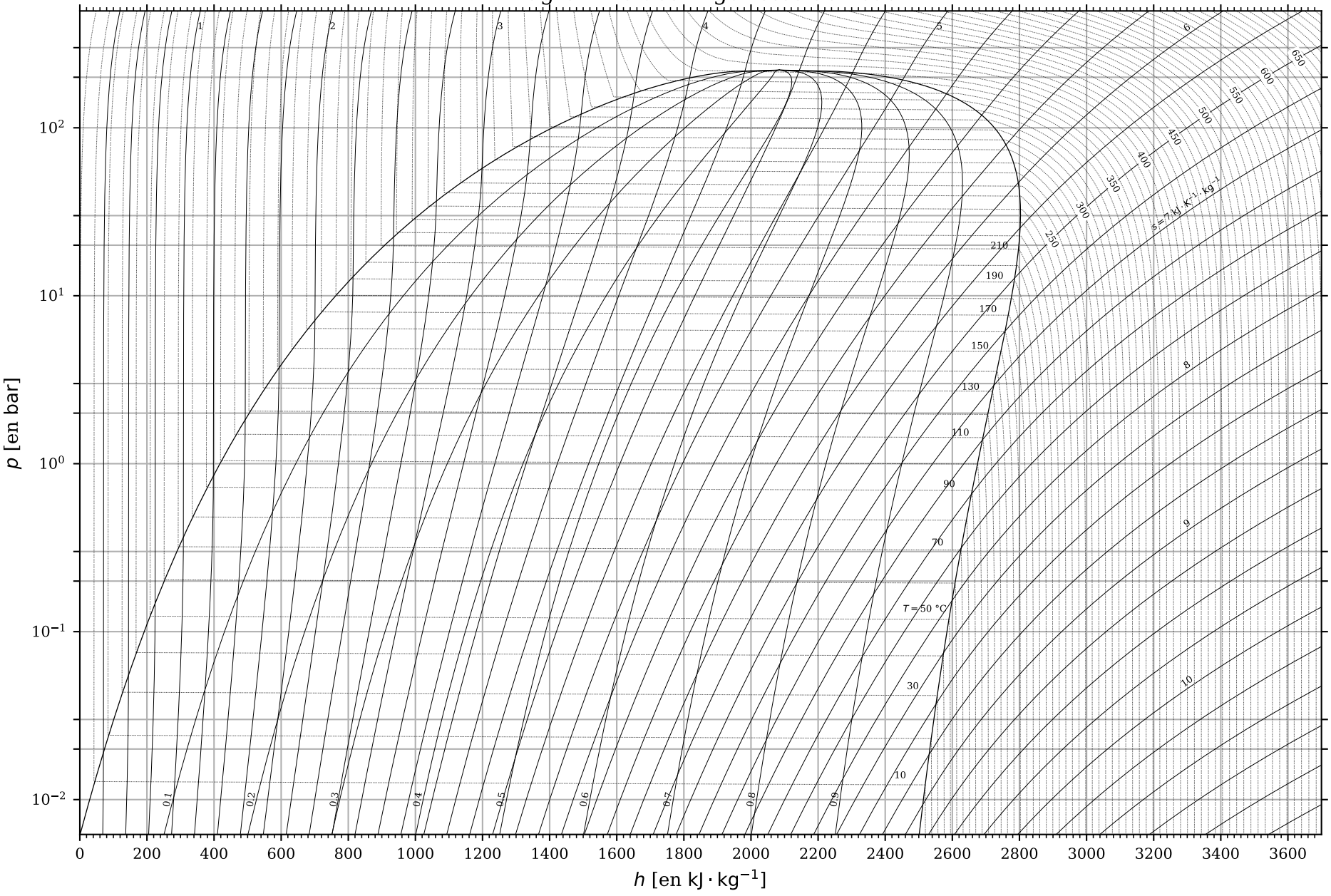


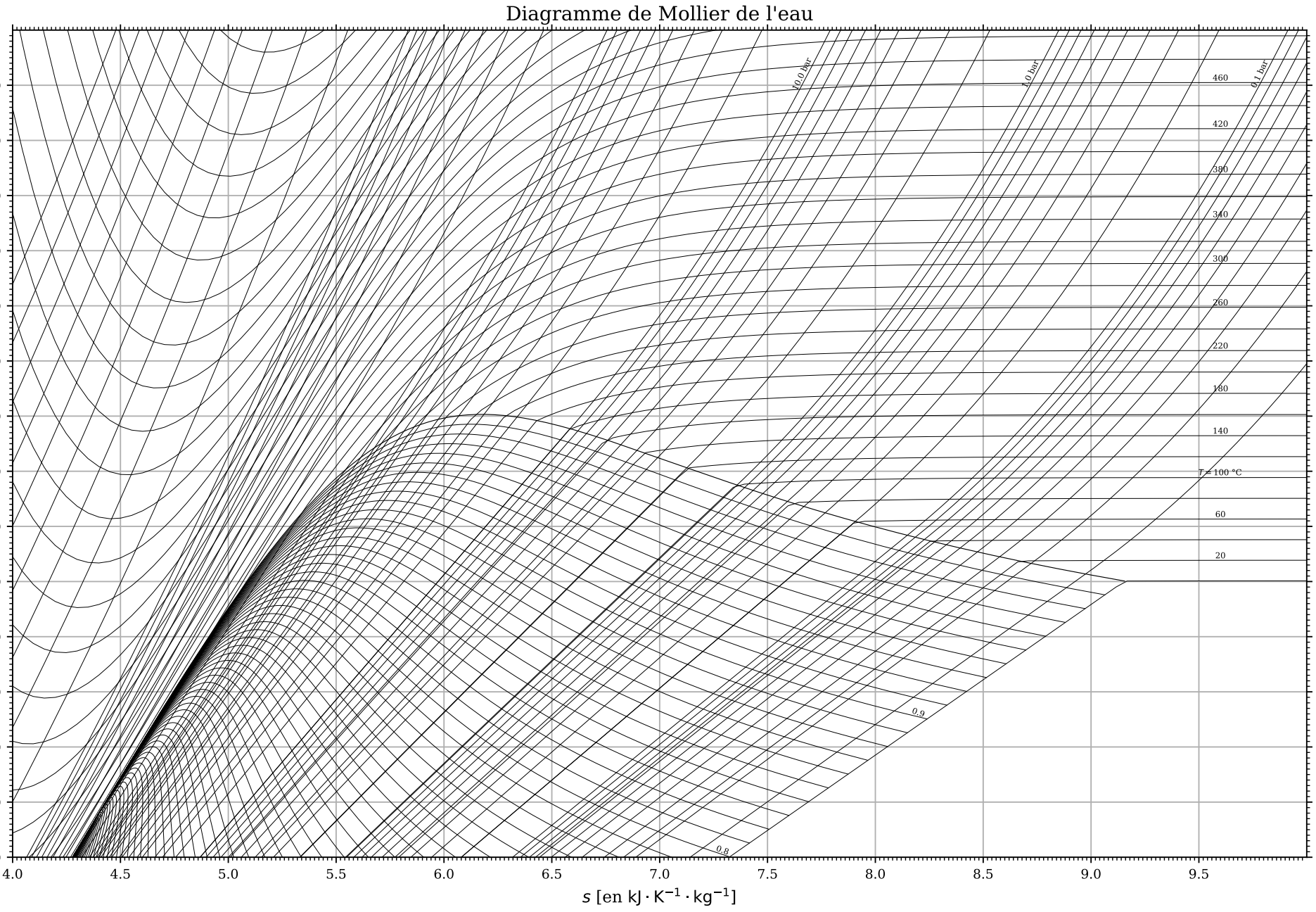
Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

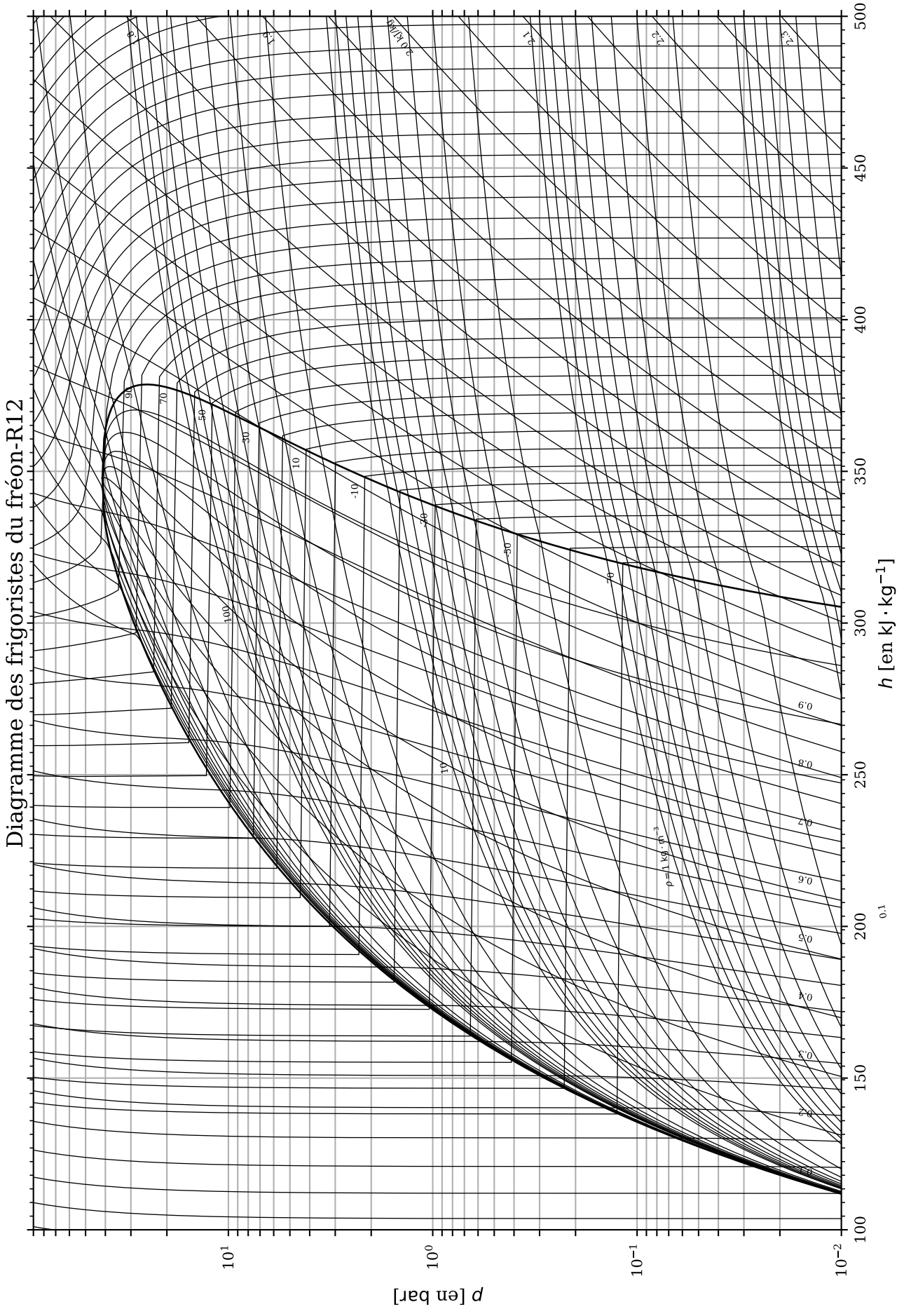
T. KOPP

Diagramme des frigoristes de l'eau

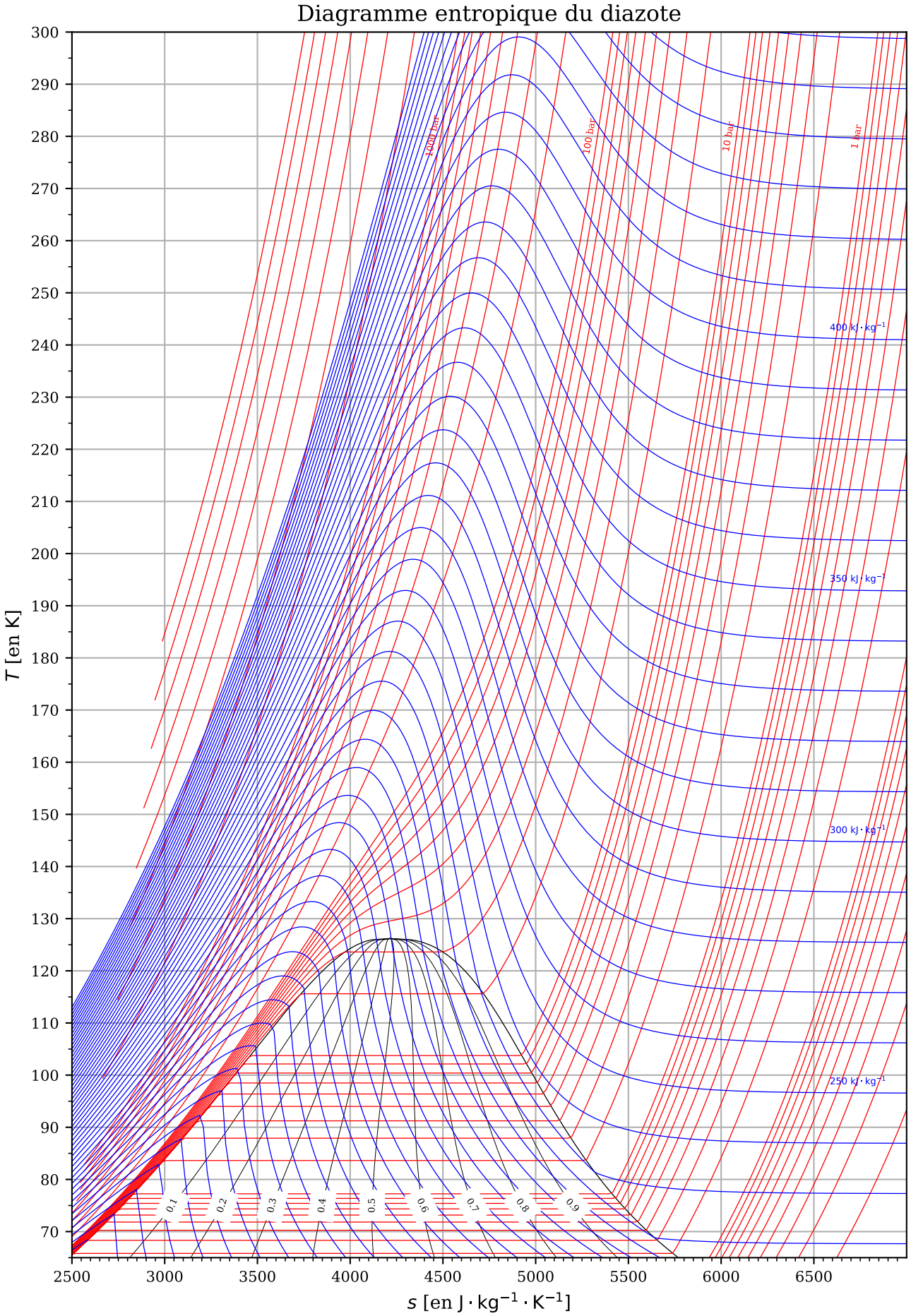




Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'information, voir http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/



Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/



Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/