17 - Division du front d'onde

Pour réviser le cours

EXERCICE 1 Différence de marche (⋆)

On considère une lentille mince convergente, dans l'air, soit :

- elle est éclairée par une source ponctuelle placée dans le plan focal objet, hors du foyer.

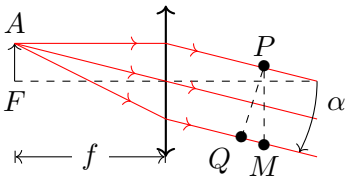


Fig 1. Source dans le plan focal objet.

- elle reçoit un faisceau de lumière parallèle sous une incidence α.

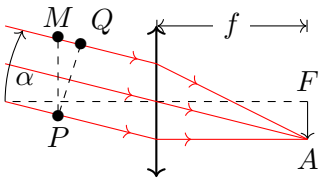


Fig 2. Image dans le plan focal image.

Dans les deux cas, on pose $PM = a$. Calculer les différences de chemin optique suivantes :

1. *Figure 1*
   - **a.** $(AQ) - (AP)$
   - **b.** $(AM) - (AP)$
2. *Figure 2*
   - **a.** $(AQ) - (AP)$
   - **b.** $(AM) - (AP)$

EXERCICE 2 Fentes d'Young (⋆⋆)

On considère le montage des trous d'Young représenté sur la *Figure 3*.

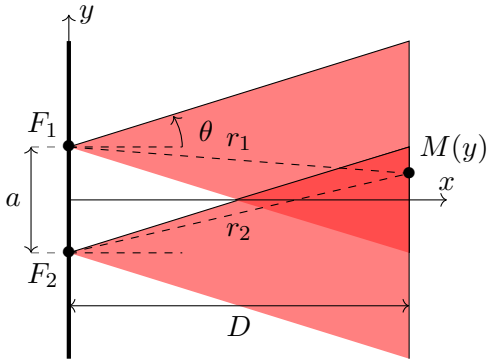


Fig 3. Dispositif des fentes d'Young.

Les fentes F_1 et F_2, éclairées en amont par une même source primaire, donnent lieu à un phénomène d'interférences lumineuses sur un écran, placé en aval, à une distance D des fentes F_1 et F_2.

1. Pour observer des franges d'interférences à l'écran, les sources secondaires F_1 et F_2 doivent nécessairement être *temporellement cohérentes*. Définir ce terme.

On suppose que les signaux lumineux en F_1 et F_2 sont respectivement modélisables par les fonctions suivantes :

$$s_1\left(0, \frac{a}{2}, t\right) = A_1 \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad s_2\left(0, -\frac{a}{2}, t\right) = A_2 \cos(\omega t)$$

2. Montrer que des franges d'interférences apparaissent à l'écran et que l'intensité lumineuse moyenne $I(y)$ observée à l'écran peut s'écrire sous la forme :
$$I(y) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\phi)$$
Quel nom porte cette relation ?
3. Exprimer $I(y)$ dans le cas où $I_1 = I_2 \mathrel{\hat{=}} I_0$. Tracer la fonction $I(y)$.
4. Définir puis exprimer l'interfrange i en fonction de λ, D et a. Faire l'application numérique pour $\lambda \simeq 632$ nm, $a \simeq 70$ μm et $D \simeq 80$ cm. Les franges sont-elles visibles ?
5. Exprimer le contraste $\mathcal{C}$ en fonction de I_1 et I_2. Montrer que le contraste est maximal lorsque $I_1 = I_2$.

L'essentiel

EXERCICE 3 Biprisme de Fresnel (⋆)

Une onde plane progressive monochromatique de longueur d'onde $\lambda \simeq 5780$ Å arrive sous incidence normale sur la face d'un biprisme de Fresnel, représenté en *Figure 4*, constitué de deux prismes identiques d'indice $n \simeq 1,50$, d'angle $\alpha \simeq 5,00 \times 10^{-3}$ rad et accolés par leur base de petite dimension. Le faisceau incident est limité par une fente de largeur $2e \simeq 2,00$ cm.

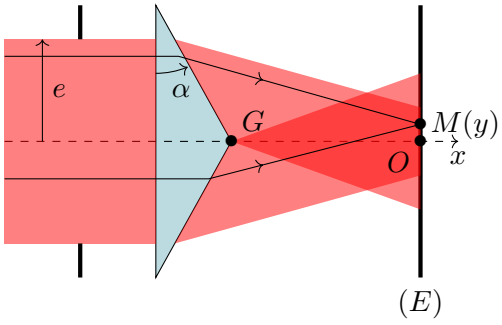


Fig 4. Biprisme et interférences lumineuses.

1. Montrer que l'angle de déviation vaut $D = \pm\alpha\,(n-1)$ et représenter la région où l'on observe les interférences. Calculer les dimensions du champ d'interférences.
2. Un écran (E) est placé perpendiculairement à Ox à une distance $\ell = GO \simeq 2{,}00$ m.
   - **a.** Les ondes étant en phase au point G, exprimer la phase φ d'une onde en fonction du vecteur position et du vecteur d'onde.
   - **b.** Calculer la différence de phase en O et en M (un point de l'écran d'ordonnée y).
   - **c.** Exprimer l'éclairement $I(y)$ et en déduire l'expression et la valeur de l'interfrange.
3. Calculer le nombre N de franges brillantes sur l'écran.

EXERCICE 4 Lame de verre (⋆⋆)

On considère le dispositif expérimental représenté sur le schéma de la *Figure 5*. Une paroi est percée de trois fentes F_1, F_2, F_3 identiques et très fines, équidistantes de $e \simeq 1{,}0$ mm. L'amplitude commune des rayons lumineux est notée A_0. Le système est éclairé par une source S monochromatique de longueur d'onde $\lambda \simeq 546$ nm, placée au foyer objet d'une lentille convergente dont la distance focale est $f \simeq 30$ cm.

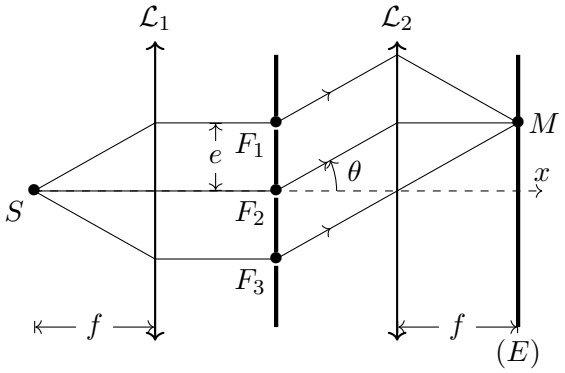


Fig 5. Montage à trois fentes d'Young.

On rappelle que le *théorème de* Malus précise que les rayons lumineux issus d'une même source ponctuelle, après avoir subi un même nombre de réflexions et de réfractions, sont orthogonaux aux fronts d'ondes. D'autre part, le passage d'une onde dans une lentille mince convergente n'introduit pas de différence de marche supplémentaire.

On place un écran (E) dans le plan focal image d'une deuxième lentille convergente de focale f pour étudier la diffraction des rayons (l'angle correspondant à la diffraction est paramétré par θ). On repère un point M sur l'écran, à une distance z de l'axe optique.

1. Dans le cas où F_2 est fermée, comment s'appelle le système ?
   - **a.** Calculer la différence de marche δ, le déphasage φ et l'intensité I au point M. Calculer l'interfrange i. Est-ce visible ?
   - **b.** On place sur le trajet des rayons de F_1 une fine lame de verre, d'indice de réfraction $n \simeq 1{,}5$ et d'épaisseur $d \simeq 0{,}1$ mm. Dans quel sens se déplacent les franges ? Calculer la valeur de ce déplacement.
2. On ouvre la fente F_2. Déterminer les trois amplitudes complexes $\underline{a_1}$, $\underline{a_2}$ et $\underline{a_3}$ des vibrations diffractées par les trois fentes. Déterminer φ', le déphasage entre deux ondes consécutives, en fonction du déphasage φ de la première question. En déduire les amplitudes résultantes et calculer l'intensité $I(z)$. Définir ce que sont les franges brillantes et les franges sombres et donner leur intensité lumineuse. Calculer l'interfrange i' en fonction de l'interfrange i de la première question.
3. On introduit la même lame de verre qu'en 1, mais cette fois-ci sur la fente F_2. On appelle ψ le déphasage introduit. Calculer $I(z)$ en fonction de φ' et de ψ. Déterminer les valeurs de l'éclairement pour $\psi = 0$; $\psi = \frac{\pi}{2}$ et enfin $\psi = \pi$. Que vaut d pour avoir $\psi = \frac{\pi}{2}$?

EXERCICE 5 Source polychromatique (⋆⋆⋆)

On considère le dispositif des fentes d'Young de la *Figure 6*.

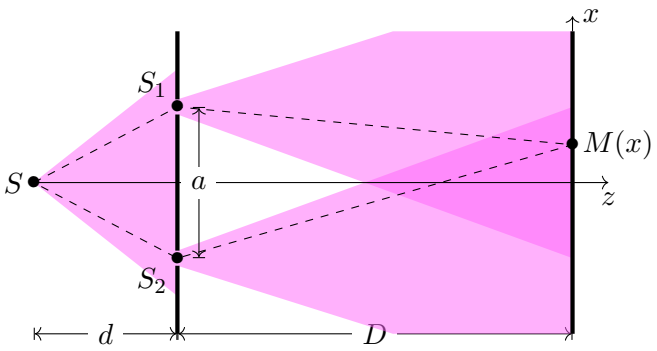


Fig 6. Dispositif des fentes d'Young avec source polychromatique.

La source lumineuse utilisée est ponctuelle mais polychromatique, d'étendue spectrale $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ telle que $\nu_1 \leq \nu \leq \nu_2$ centrée sur $\nu_0 = \frac{\nu_1+\nu_2}{2}$ et d'intensité spectrale uniforme.

1. Par un raisonnement simple, identifier l'intensité $\mathrm{d}I$ liée à une bande de fréquences $\mathrm{d}\nu$ en fonction de $\mathrm{d}\nu$, $\Delta\nu$ et I_0, l'intensité lumineuse totale émise par la source polychromatique.
2. Calculer l'intensité lumineuse totale $I(M)$ reçue en un point M de l'écran et représenter $I(x)$ sur un graphe.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

3. Calculer le contraste C en un point M. Que remarque-t-on ?

Ce résultat correspond au théorème de WIENER et KHINTCHINE.

Pour aller plus loin

EXERCICE 6 Miroirs de Fresnel (⋆⋆)

On dispose deux miroirs, orientés d'un angle $\alpha \simeq 0,1°$ de sorte que l'on forme le dispositif des miroirs de FRESNEL. La source de lumière S délivre une lumière de longueur d'onde $\lambda \simeq 546$ nm.

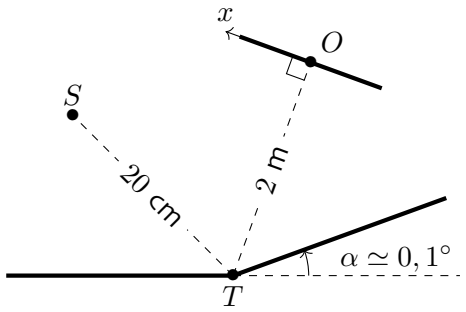


Fig 7. Dispositif des miroirs de FRESNEL.

1. Trouver la position des sources secondaires et montrer qu'elles peuvent être inscrites sur un même cercle. Montrer que la distance séparant les deux sources secondaires vaut $S_1S_2 = 2\alpha ST$ et calculer la largeur ℓ du champ d'interférences.
2. Déterminer l'éclairement $I(x)$ sur l'écran. On note I_0 l'éclairement maximal.
3. Calculer le nombre de franges brillantes observées et le nombre de franges noires. Qu'observe-t-on à l'écran ? À quel système ce montage est-il équivalent ?
4. En utilisant une source de lumière blanche (400 nm $< \lambda <$ 800 nm), quelles sont les longueurs d'onde éteintes à la position $x \simeq 3$ mm ?

EXERCICE 7 Source large (⋆⋆⋆)

On considère le dispositif des fentes d'YOUNG représenté en *Figure 8*. On rappelle que l'intensité lumineuse au point M sur l'écran est :

$$I(M) = 2I_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{D}\right)\right)$$

On considère désormais une source monochromatique spatialement étendue, de longueur L.

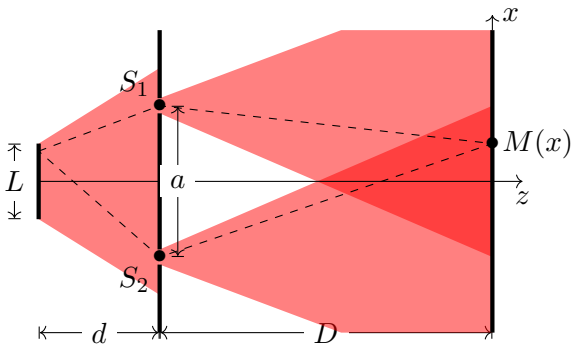


Fig 8. Dispositif des fentes d'YOUNG.

1. Pour un point S donné de la source de hauteur $X \in \left[-\frac{L}{2};\frac{L}{2}\right]$, exprimer la différence de marche $\delta = (SS_2M) - (SS_1M)$ des deux chemins optiques.
2. Par un simple raisonnement, identifier l'intensité $\mathrm{d}I$ liée à une tranche de hauteur $\mathrm{d}X$ de la source primaire en fonction de $\mathrm{d}X$, L et I (intensité lumineuse totale émise par la source).
3. Calculer l'intensité lumineuse totale $I(M)$ reçue en un point M de l'écran et représenter $I(x)$ sur un graphe.
4. Calculer le contraste C en un point M. Que remarque-t-on ?

Ce résultat correspond au théorème de CITTERT et ZERNIKE.

EXERCICE 8 Expérience de Fizeau (⋆⋆)

On considère le dispositif interférentiel des trous d'YOUNG distants de $a \simeq 10$ mm, percés dans un écran opaque éclairé sous incidence normale par une onde plane progressive de longueur d'onde $\lambda \simeq 585$ nm. Un écran est situé à $D \simeq 20$ m.

1. Montrer que, compte tenu des ordres de grandeur, la différence de marche en un point M de l'écran situé dans le plan de l'écran et repéré par son abscisse x est $\delta = \frac{ax}{D}$.

Dans l'expérience de FIZEAU, on place derrière les deux trous du dispositif d'YOUNG deux tubes parallèles à l'axe du système, de même longueur $L \simeq 5,0$ m, traversés par la lumière sous incidence quasi normale, représentés en *Figure 9*. On crée dans ces tubes un courant d'eau de même vitesse $v_{\text{eau}} \simeq 7,0$ m · s^{-1} en sens opposé dans les deux tubes. L'indice de l'eau au repos étant égal à $n \simeq 1,337$, la célérité de la lumière dans le référentiel de l'eau est égale à $\frac{c_0}{n}$.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

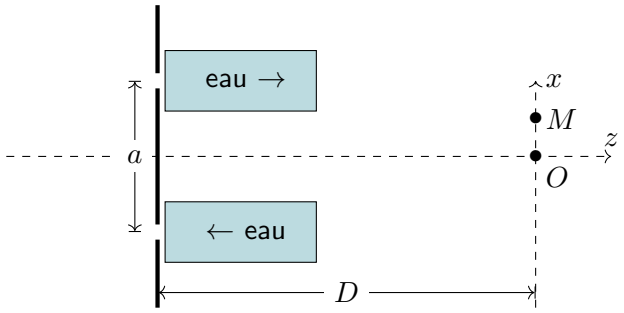


Fig 9. Dispositif expérimental de FIZEAU.

2. Si on suppose que la célérité de la lumière dans l'eau en mouvement vaut $\frac{c_0}{n} \pm v_{\text{eau}}$, c'est-à-dire résulte d'une loi de composition familière, exprimer la variation de la différence de marche δ au point M de l'écran, lorsqu'on établit le courant d'eau, en limitant les calculs à l'ordre 1 en $\frac{v_{\text{eau}}}{c_0}$.

3. Sachant que l'établissement du courant d'eau déplace les franges de $\Delta x \simeq 0,37$ mm $\pm\, 0,05$ mm, que faut-il penser de l'hypothèse faite quant à la loi de composition des vitesses ?

Viser l'X

EXERCICE 9 Miroir de Lloyd (⋆⋆⋆)

On considère le dispositif interférométrique provenant d'une source de lumière monochromatique étendue de largeur A représenté sur la *Figure 10*.

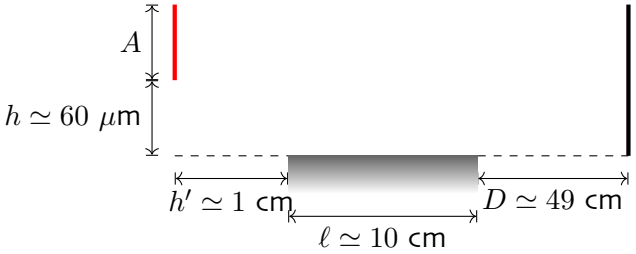


Fig 10. Dispositif interférométrique.

1. À quelle condition sur A observe-t-on un brouillage des franges sur l'écran ?

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/