18 - Division d'amplitude

Pour réviser le cours

EXERCICE 1 Interféromètre de Michelson (⋆)

On considère le dispositif expérimental représenté en *Figure 1* constitué d'un interféromètre de MICHELSON réglé en lame d'air à faces parallèles, distantes de $d \simeq 11,1$ mm. Le faisceau lumineux utilisé a une longueur d'onde de $\lambda \simeq 0,589$ μm.

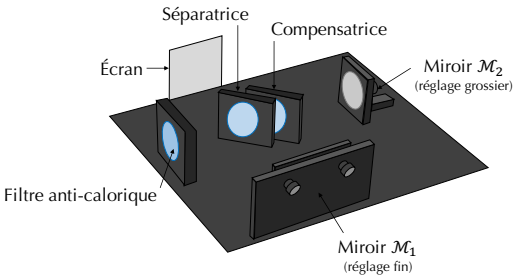


Fig 1. Dispositif interférentiel de MICHELSON.

On place un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente, de distance focale $f \simeq 50$ cm. On suppose que l'indice de réfraction de l'air est unitaire.

1. Tracer les rayons lumineux qui interfèrent en un point M de l'écran et issus d'une source S. On utilisera le schéma équivalent de l'interféromètre.
2. Calculer l'éclairement $I(M)$ en un point M de l'écran. Quel est l'intérêt d'utiliser une source large ? le faisceau émis par la source doit-il être quasi parallèle ou bien convergent sur les miroirs ?
3. Déterminer l'ordre d'interférence p_0 au centre de la figure. Qu'en déduit-on ? Calculer l'ordre d'interférence p_7 du 7ème anneau brillant ainsi que son rayon.
4. On place devant le miroir M_2 une lame de verre parallèlement à celui-ci. La lame a une épaisseur $e \simeq 8$ μm et un indice $n \simeq 1,6$. Trouver la variation d'ordre d'interférence Δp au centre de la figure d'interférences. Si l'on avait fait varier d, sans la lame de verre, combien d'anneaux auraient défilé au centre de la figure pour obtenir la même différence de chemin optique ?

Lame séparatrice

EXERCICE 2 Lame mince (⋆⋆)

Un faisceau cylindrique de lumière monochromatique émis par une source étendue (de longueur d'onde λ) arrive en incidence proche de la normale sur une lame à faces parallèles (cf. *Figure 2*). On note e l'épaisseur de la lame et $n \simeq 1,5$ son indice pour cette longueur d'onde. On note F_1 le faisceau directement réfléchi par la face supérieure de la lame et F_i les faisceaux suivants.

En incidence normale, les coefficients de réflexion r et de transmission t à une interface (indice n_1)→(indice n_2) sont donnés par :

$$r_{1\to 2} = \frac{n_2 - n_1}{n_1 + n_2} \quad \text{et} \quad t_{1\to 2} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

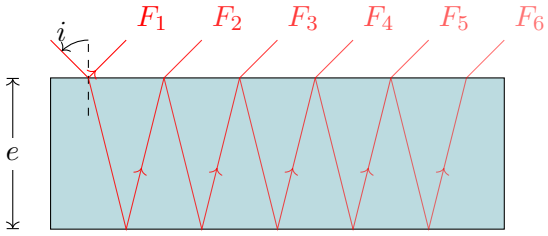


Fig 2. Lame à faces parallèles.

1. Montrer que les amplitudes des faisceaux 1 et 2 sont très grandes devant celles des faisceaux suivants. En déduire qu'on peut décrire correctement le phénomène en ne considérant que des interférences à deux ondes. Où se forment les franges d'interférence ?
2. On place un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente disposée parallèlement à la lame. On note f' la distance focale de la lentille. Exprimer la différence de marche entre les rayons réfléchis correspondant à F_1 et F_2. En déduire l'ordre d'interférence p dans la direction i en fonction de n, e, λ et i (on donnera une expression approchée en incidence quasi normale), puis en un point M de l'écran situé à la distance r du centre. Exprimer l'ordre d'interférence p_0 au centre de l'écran.
3. On suppose que le centre de l'écran correspond à une frange sombre. Quel est l'aspect de la figure d'interférence ? Exprimer le rayon R_K des anneaux brillants.
4. En notant $\underline{a}_0$ l'amplitude du rayon incident, exprimer les amplitudes des rayons F_1 et F_2. En déduire l'intensité en M due à ces deux rayons et tracer l'allure de $I(M)$ en fonction de δ.

EXERCICE 3 Franges de Pohl (⋆⋆)

L'utilisation d'une lame mince en verre ou mica, d'indice n, permet d'observer des interférences. La *Figure 3* montre le dispositif avec une source ponctuelle monochromatique S de longueur d'onde λ_0. L'écran est parallèle à la lame, à une distance D, et S est à d de la

lame. Deux rayons de S interfèrent en M, à une distance ρ de O. Le premier se réfléchit sur la face avant de la lame, introduisant un déphasage de π, tandis que le second se réfléchit sur la face arrière sans déphasage.

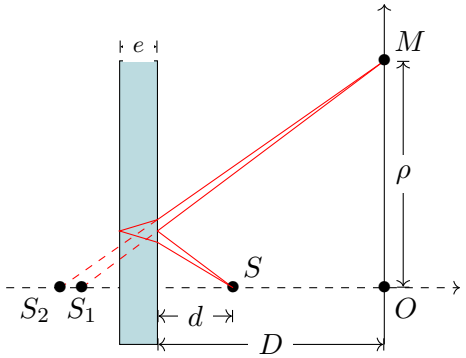


Fig 3. Tracé des rayons lumineux.

1. Montrer en argumentant la présence d'interférences sur l'écran.
2. Déterminer sans faire de calcul la forme de la figure d'interférences.
3. Déterminer le chemin optique $(SM)_1$ associé au premier rayon en fonction de d, D, ρ et $\frac{\lambda_0}{2}$.

On donne pour le second rayon pour e et ρ très petits devant D :

$$(SM)_2 \;=\; D + d + 2ne + \frac{\rho^2}{2(D+d+2e)}$$

4. Déterminer une expression approchée de la différence de marche et de l'ordre d'interférence.
5. Donner l'ordre et le rayon du premier cercle brillant pour $d + D \simeq 1,25$ m, $n \simeq 1,617$, $e \simeq 13$ μm et $\lambda_0 \simeq 0,580$ μm.

EXERCICE 4 Couche anti-reflet (⋆)

On réalise une couche anti-reflet dans le visible (pour une longueur d'onde $\lambda_0 \simeq 550$ nm) en déposant sur un verre d'indice $n_0 \simeq 1,7$ une couche d'épaisseur e et d'indice $n_1 \simeq 1,3$. On admet qu'ainsi, les ondes réfléchies respectivement sur les dioptres air-couche anti-reflet et couche anti-reflet-verre ont la même intensité I_0.

1. Quelle doit être la valeur de e pour que, sous incidence normale, la lumière réfléchie par le dispositif soit totalement supprimée ?
2. Calculer alors la fraction de lumière réfléchie pour les longueurs d'ondes $\lambda_1 \simeq 400$ nm et $\lambda_2 \simeq 750$ nm. Conclure.

Interféromètres

EXERCICE 5 Le doublet du sodium (⋆⋆)

On considère le dispositif expérimental composé d'un interféromètre de MICHELSON en lame d'air (distance e) éclairé par une source de lumière monochromatique de longueur d'onde λ. On suppose l'indice de réfraction de l'air égal à 1.

1. Où faut-il placer l'écran pour observer des interférences ? Calculer l'intensité lumineuse $I(x)$ en précisant l'expression de la différence de marche δ et du déphasage φ. Faire un schéma du montage et tracer la fonction représentant l'intensité lumineuse sur le plan. Quelle est la forme des franges ?
2. On remplace la source de lumière par une lampe à vapeur de sodium émettant deux raies lumineuses de nombre d'onde $\sigma_m + \frac{\Delta\sigma}{2}$, ($\sigma = \frac{1}{\lambda}$), de longueur d'onde moyenne $\lambda_m = 589,3$ nm et d'intensité lumineuse identique. Calculer l'éclairement en un point de l'écran en l'écrivant sous la forme $I = I_0(1+\cos(A)\cos(B))$ avec $B = 2\pi\sigma_m\delta$. Donner l'expression de A. Comparer les périodes des deux cosinus.
3. **a.** On suppose le terme $\cos(A)$ constant, de la valeur qu'il a au centre de la figure d'interférences. Définir et exprimer l'expression du contraste C lorsque les franges sont visibles.

   b. À un maximum de contraste des franges, on parle de coïncidence. Dans le cas inverse (minimum de contraste) on parle d'anticoïncidence. Expliquer ce vocabulaire.

   c. La première anticoïncidence correspond à la position $8,52$ mm du chariot. La septième anticoïncidence correspond à $10,57$ mm. En déduire $\Delta\sigma$ et $\Delta\lambda$ du doublet du sodium.

EXERCICE 6 Le doublet du mercure (⋆⋆)

On considère le dispositif expérimental composé d'un interféromètre de MICHELSON en coin d'air (angle α) éclairé par une source de lumière monochromatique de longueur d'onde λ. On suppose l'indice de réfraction de l'air unitaire.

1. Faire un schéma de principe du MICHELSON utilisé en coin d'air. Où est visible la figure d'interférences ? Comment faire pour l'observer ? Comment réaliser le dispositif d'éclairage ?
2. Déterminer l'intensité lumineuse $I(x)$ au niveau de la figure d'interférences en un point d'abscisse x par rapport à l'arête du coin d'air, ainsi que l'interfrange i.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

3. On décide d'utiliser une lentille de distance focale $f \simeq 20$ cm pour mieux observer les interférences. On place cette lentille à $d \simeq 25$ cm de la figure d'interférences. Où doit-on placer l'écran ? Que vaut l'interfrange i' observée à l'écran en fonction de l'interfrange i ?

On remplace la source de lumière par une lampe à mercure émettant deux longueurs d'ondes très proches dont la moyenne est $\lambda_m \simeq 577,5$ nm $= \frac{\lambda+\lambda'}{2}$ et d'intensités identiques. On place un filtre jaune, puis on déplace le chariot pour faire défiler les franges : on observe la zone d'ordre zéro puis on fait défiler les franges jusqu'à observer un brouillement au bout de $N \simeq 137$ franges défilées.

4. Exprimer λ et λ' en fonction de λ_m et de $\Delta\lambda$. À quoi sert le filtre ? Pour la suite des calculs, on utilisera une approximation à l'ordre 1 en $\Delta\lambda/\lambda_m$.
5. Calculer et tracer l'intensité $I(x)$ de la figure d'interférences. Analyser le résultat obtenu.
6. Expliquer le phénomène observé et calculer $\Delta\lambda$ sachant que $\Delta\lambda \ll \lambda_m$.

EXERCICE 7 Miroir sphérique (⋆⋆⋆)

1. On considère un interféromètre de MICHELSON représenté en *Figure 4* dont l'un des deux miroirs est sphérique au lieu d'être plan. Le rayon de ce miroir sphérique est R. Le dispositif est éclairé en incidence quasi normale.

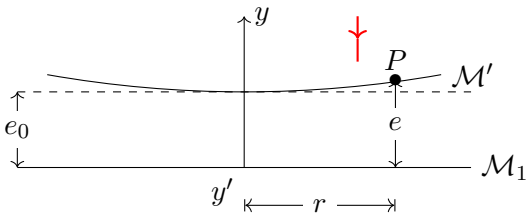


Fig 4. Schéma replié - configuration lame d'air.

a. En considérant le schéma de la *Figure 4*, exprimer e, la distance entre les deux miroirs, en fonction de e_0, r et R, en notant que $R \gg r, e_0$.

b. Exprimer, grâce aux approximations précédentes, la différence de marche δ en un point P situé à la distance r de l'axe yy'. Déterminer la figure d'interférences.

c. Déterminer l'ordre d'interférence p_0 au centre des anneaux en fonction de e_0 et λ. On utilise l'indice k pour repérer les anneaux brillants en posant $k = 1$ pour le premier anneau brillant à partir du centre de la figure d'interférences. Calculer le rayon r_k du $k^{\text{ème}}$ anneau brillant en fonction de r_1 et k.

d. Comment déterminer si le miroir sphérique est concave ou convexe ? Expliquer le principe mettant en évidence cette nature du miroir.

2. On utilise ce dispositif pour l'étude de défauts de planéité à la surface d'un plan métallique réfléchissant.

a. Comment s'assurer que le miroir plan M_1 soit parallèle au plan π ? Comment régler le contact optique ?

b. On observe une figure d'interférences constituée de quatre tâches concentriques sombres et d'un point sombre au centre. Expliquer cette observation. Comment savoir si le défaut observé est convexe ou concave ?

Pour aller plus loin

EXERCICE 8 Film de savon (⋆⋆)

Un film de savon est formé entre les fils d'un cadre rectangulaire. Sous l'effet de la gravité, le film est déformé et son épaisseur, repérée par la grandeur e évolue linéairement en fonction de l'abscisse x ($e(x)$ est une fonction affine de la forme ax), comme représentée sur la *Figure 5*. On éclaire en incidence normale la surface du film de savon (indice de réfraction $n \simeq 1,33$). On observe la première frange d'interférence dans le violet ($\lambda_1 \simeq 420$ nm) à la distance $x_1 \simeq 4,00$ cm du haut du cadre.

1. À quelle distance x_2 observe-t-on la première frange d'interférence dans le vert ($\lambda_2 \simeq 525$ nm) ?

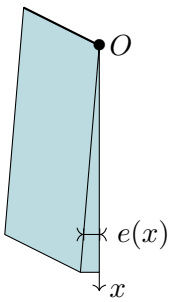


Fig 5. Film de savon.

EXERCICE 9 Mach-Zehnder (⋆⋆)

On considère l'interféromètre de MACH-ZEHNDER représenté sur la *Figure 6*. S est une source monochromatique de longueur d'onde λ placée au foyer d'une lentille mince convergente. G_1 et G_2 sont deux lames semi-réfléchissantes introduisant les mêmes déphasages. Elles sont inclinées à $45°$ par rapport à l'axe S_x. $\mathcal{M}_1$ et $\mathcal{M}_2$ sont deux miroirs plans parallèles aux lames. La figure d'interférences est observée au moyen d'un oculaire.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

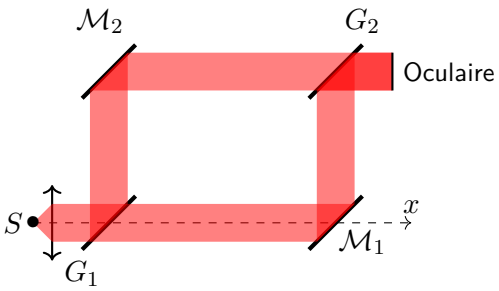


Fig 6. Dispositif interférentiel de Mach-Zehnder.

1. Dans la configuration de la *Figure 6*, qu'observe-t-on dans l'oculaire ?
2. Même question si on interpose une lame à faces parallèles, non absorbante, d'indice N et d'épaisseur e sur le trajet M_1G_2. La lame est disposée perpendiculairement au faisceau lumineux. Calculer la variation d'ordre pour $\lambda \simeq 0,5$ μm, $e \simeq 0,1$ mm et $N \simeq 1,5$.
3. Que se passe-t-il si on incline la lame d'un angle petit θ ? Quel est l'angle θ le plus petit détectable avec un récepteur capable de mettre en évidence une variation de l'ordre d'interférence de $\Delta p \simeq 0,05$?

EXERCICE 10 Couche anti-reflet (⋆⋆⋆)

Un verre d'indice n (réel) est recouvert d'une mince couche transparente d'épaisseur a et d'indice N (réel). Le dispositif est représenté en *Figure 7*. L'air a un indice de réfraction unitaire.

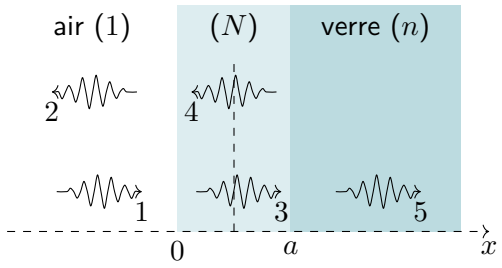


Fig 7. Couche anti-reflet.

Une OPPH monochromatique à polarisation rectiligne arrive en incidence normale sur le dioptre air-couche mince en $x = 0$. On note la représentation complexe du champ électrique associé $\underline{\overrightarrow{E}}_1 = E_0\, e^{i(\omega t - kx)}\ \overrightarrow{u_z}$.

On ne considère dans ce problème que les ondes 1, 2, 3, 4 et 5 et on admet la continuité du champ électrique et du champ magnétique aux interfaces.

1. Donner la représentation complexe associée à chacune de ces ondes.

On souhaite annuler la réflexion sur le premier dioptre pour la longueur d'onde $\lambda_j \simeq 570$ nm.

2. Exprimer les coefficients de réflexion et de transmission (r, t) au premier dioptre et (r', t') au deuxième dioptre.
3. Montrer que la condition pour obtenir une réflexion nulle sur le premier dioptre (soit $\underline{E}_{0_2} = 0$) s'écrit :

$$e^{j\frac{2Na\omega}{c}} \times \left(N^2 + nN - N - n\right) = N - n + N^2 - nN$$

4. En déduire la ou les valeurs de a et N pour satisfaire la condition.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/