19 – Interférences à N ondes

Pour réviser le cours

EXERCICE 1 Interférences à trois ondes (⋆⋆)

Un faisceau parallèle de lumière cohérente, de longueur d'onde λ, éclaire sous incidence normale la face arrière d'un prisme représenté en *Figure 1*. Celui-ci, formé de verre d'indice n, est invariant par translation le long de l'axe Oz ; il a dans le plan Oxy la forme représentée en *Figure 1* : sa partie centrale forme une lame à faces parallèles et ses parties supérieure et inférieure forment un prisme d'angle α avec $\alpha \ll 1$ rad. Les trois parties du prisme ont la même hauteur $h \simeq 2$ mm.

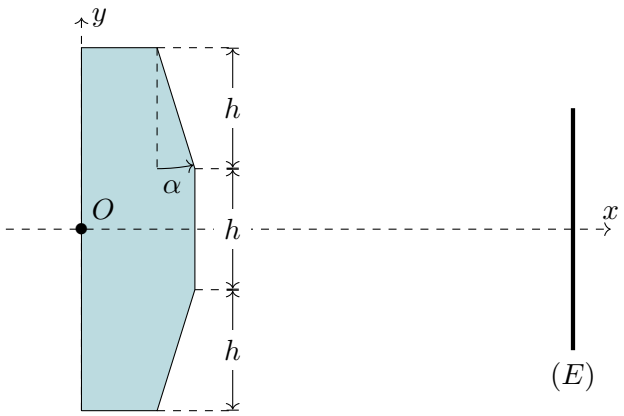


Fig 1. Dispositif expérimental.

1. Montrer qu'après traversée du prisme, on observe trois ondes cohérentes dont on exprimera les vecteurs unitaires des directions de propagation $\overrightarrow{u_0}$, $\overrightarrow{u_{-1}}$ et $\overrightarrow{u_1}$ sur la base Oxy, en fonction de $\theta = (n-1)\,\alpha$.

On dispose un écran (E) perpendiculairement à l'axe Ox, à une certaine distance D du prisme.

2. Montrer que, selon les valeurs de D, on peut éventuellement observer des franges d'interférence de nature différente. Quelle est la direction commune de ces franges ?
3. Préciser l'expression de l'intensité lumineuse $I(y)$ observée vers le centre de la figure d'interférences et représenter le graphe de $I(y)$.

L'essentiel

EXERCICE 2 Spectroscope à réseau (⋆⋆)

On souhaite déterminer la longueur d'onde λ de la raie du cadmium avec un réseau comptant $n \simeq 500$ traits par millimètre.

1. Décrire un montage expérimental simple pour trouver cette longueur d'onde.
2. Établir la formule des réseaux et déterminer l'expression l'intensité lumineuse $I(M)$ en un point M à l'écran.
3. On se place en incidence normale. On observe l'ordre -2 et l'ordre 2 séparés d'un angle $\alpha \simeq 61°9'$, où $1' \simeq 1/60°$. Déterminer λ.

EXERCICE 3 Lame de verre (⋆⋆)

On considère le dispositif expérimental représenté sur le schéma de la *Figure 2*. Une paroi est percée de trois fentes F_1, F_2, F_3 identiques et très fines, équidistantes de $e \simeq 1{,}0$ mm. L'amplitude commune des rayons lumineux est notée A_0. Le système est éclairé par une source S monochromatique de longueur d'onde $\lambda \simeq 546$ nm, placée au foyer objet d'une lentille convergente dont la distance focale est $f \simeq 30$ cm.

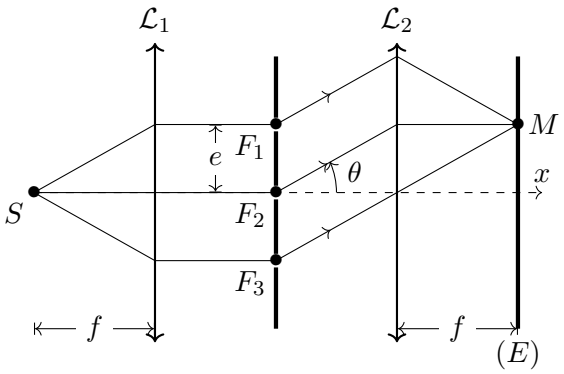


Fig 2. Montage à trois fentes d'Young.

On rappelle que le *théorème de* Malus précise que les rayons lumineux issus d'une même source ponctuelle, après avoir subi un même nombre de réflexions et de réfractions, sont orthogonaux aux fronts d'ondes. D'autre part, le passage d'une onde dans une lentille mince convergente n'introduit pas de différence de marche supplémentaire.

On place un écran (E) dans le plan focal image d'une deuxième lentille convergente de focale f pour étudier la diffraction des rayons (l'angle correspondant à la diffraction est paramétré par θ). On repère un point M sur l'écran, à une distance z de l'axe optique.

1. Dans le cas où F_2 est fermée, comment s'appelle le système ?

   a. Calculer la différence de marche δ, le déphasage φ et l'intensité I au point M. Calculer l'interfrange i. Est-ce visible ?

b. On place sur le trajet des rayons de F_1 une fine lame de verre, d'indice de réfraction $n \simeq 1,5$ et d'épaisseur $d \simeq 0,1$ mm. Dans quel sens se déplacent les franges ? Calculer la valeur de ce déplacement.

2. On ouvre la fente F_2. Déterminer les trois amplitudes complexes $\underline{a_1}$, $\underline{a_2}$ et $\underline{a_3}$ des vibrations diffractées par les trois fentes. Déterminer φ', le déphasage entre deux ondes consécutives, en fonction du déphasage φ de la première question. En déduire les amplitudes résultantes et calculer l'intensité $I(z)$. Définir ce que sont les franges brillantes et les franges sombres et donner leur intensité lumineuse. Calculer l'interfrange i' en fonction de l'interfrange i de la première question.
3. On introduit la même lame de verre qu'en 1, mais cette fois-ci sur la fente F_2. On appelle ψ le déphasage introduit. Calculer $I(z)$ en fonction de φ' et de ψ. Déterminer les valeurs de l'éclairement pour $\psi = 0$; $\psi = \frac{\pi}{2}$ et enfin $\psi = \pi$. Que vaut d pour avoir $\psi = \frac{\pi}{2}$?

EXERCICE 4 Réseau optique (⋆⋆)

On considère un réseau optique de N fentes de pas a représenté en *Figure 3*. On utilise une source ponctuelle de lumière monochromatique (longueur d'onde λ, amplitude réelle A_0) placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente de focale f. On note θ_1 l'angle d'incidence des rayons lumineux sur le réseau optique et θ_2 l'angle de sortie du réseau.

On fait converger les rayons lumineux issus du réseau optique dans le plan focal image d'une deuxième lentille convergente de même distance focale f.

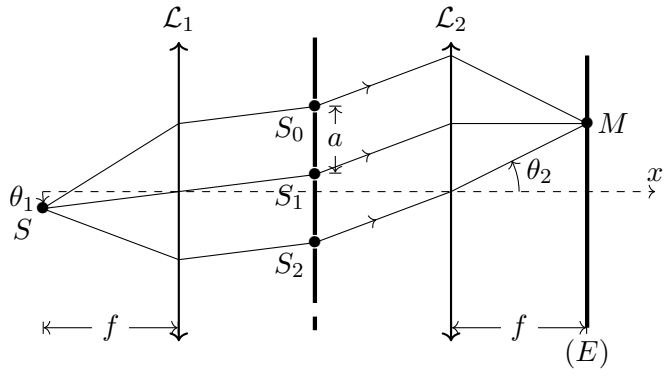


Fig 3. Dispositif interférentiel avec réseau optique.

1. Exprimer la différence de marche :

$$\delta_1 = (\mathrm{SS_0M}) - (\mathrm{SS_1M})$$

En déduire l'expression de la différence de marche $\delta_k = (\mathrm{SS_0M}) - (\mathrm{SS_kM})$

2. On note $\underline{a_0} = A_0 \times e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\times 0}$ l'amplitude de l'onde lumineuse au niveau de la source secondaire S_0. Exprimer l'amplitude $\underline{a_k}$ en fonction de $\underline{a_0}$, λ et δ_1.
3. La source est-elle cohérente ? En déduire l'amplitude lumineuse totale $\underline{a}(M)$ au point M.
4. En déduire l'intensité lumineuse $I(\theta, \lambda)$ observée sur l'écran pour une incidence normale. On notera I_0 sa valeur maximale.
5. Identifier une relation que doit vérifier l'angle θ pour observer un pic d'intensité lumineuse. On notera θ_p les angles pour lesquels l'intensité observée est maximale. À quoi correspond l'indice p ?
6. En différenciant la relation obtenue, montrer que pour $p = 0$ toutes les couleurs sont confondues au même point. Quelle est alors la couleur perçue par le cerveau ?
7. Identifier les positions relatives du bleu et du rouge pour $p > 0$ et expliquer le terme « recouvrement d'ordre » avec un schéma.
8. Définir la déviation D du rayon lumineux incident. Montrer que la valeur minimale D_m de cette déviation vérifie la relation suivante :

$$2a \sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = p\lambda$$

9. On place un miroir plan juste derrière le réseau optique. Les rayons lumineux ne passent donc plus sur la droite du schéma et sont réfléchis vers le côté gauche. Comment doit-on modifier l'expression de la différence de marche δ_k pour un réseau en réflexion ?

Pour aller plus loin

EXERCICE 5 Fabry-Perot (⋆⋆⋆)

On considère l'interféromètre de Fabry-Perot représenté en *Figure 4*. Une lame de verre a deux faces parallèles, distantes de e.

- On note t_1 et t_2 les coefficients de transmission en amplitude de l'onde lumineuse à travers chaque surface.
- De même, on note r_1 et r_2 les coefficients de réflexion en amplitude de l'onde lumineuse sur chaque surface.

On suppose que la lame de verre a un indice de réfraction $n(\omega)$ pour la longueur d'onde considérée. La source lumineuse incidente, S, est placée dans le plan focal objet d'une lentille $\mathcal{L}_1$ de distance focale f. De même, l'écran où l'on observe les interférences est placé dans le plan focal image d'une deuxième lentille $\mathcal{L}_2$ de même focale f.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

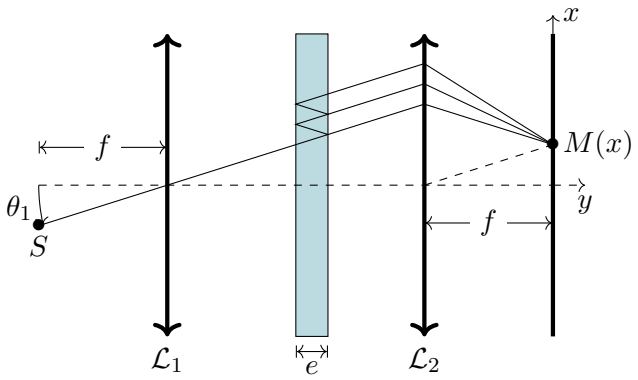


Fig 4. Cavité de FABRY-PEROT.

1. En négligeant les phénomènes d'absorption, justifier à l'aide d'un raisonnement énergétique sur le faisceau lumineux, que l'on puisse écrire :

$$r_1^2 + nt_1^2 = 1 \quad \text{et} \quad r_2^2 + \frac{t_2^2}{n} = 1$$

2. On suppose que $r_1 = r_2 \mathrel{\hat{=}} r$. En notant $R = r^2$ et $T = t_1 t_2$ les coefficients de réflexion et de transmission en puissance de l'ensemble de la cavité, établir une relation entre R et T.
3. On note A l'amplitude de l'onde incidente. Exprimer l'amplitude de $\underline{a_0}$ en fonction de A, t_1 et t_2. En déduire l'expression de l'amplitude de $\underline{a_1}$ (après 2 réflexions), $\underline{a_2}$ (après 4 réflexions), $\underline{a_k}$ (après $2k$ réflexions).
4. Exprimer le déphasage $\Delta\varphi_0$ introduit par un aller retour de l'onde lumineuse (d'angle d'incidence θ_i) dans la cavité en lame d'air. En déduire le déphasage $\Delta\varphi_k$ de l'onde d'amplitude complexe $\underline{a_k}$ par rapport à $\Delta\varphi_0$.
5. L'infinité d'ondes qui convergent au point M sont-elles des ondes cohérentes ? En déduire l'expression de l'amplitude totale $\underline{\psi}(M)$ de l'onde lumineuse au point M.
6. Exprimer $\underline{\psi}(M)$ en fonction de A, R, T $e^{i\omega t}$ et $\Delta\varphi_0$.
7. Montrer que l'intensité lumineuse au point M peut se noter

$$I(M) = \frac{I_0}{1 + m^2 \sin^2\left(\frac{\Delta\varphi_0}{2}\right)}$$

avec I_0 et m à exprimer en fonction de A et R. Représenter graphiquement $I(\Delta\varphi_0)$.
8. Définir et calculer le contraste C en fonction de m.
9. On définit la finesse $\mathcal{F}$ d'une cavité FABRY-PEROT par $\mathcal{F} = \frac{\pi m}{2}$, elle correspond au rapport de l'interfrange sur la largeur à mi-hauteur des franges brillantes. Exprimer la finesse de la cavité en fonction de R et la calculer pour une cavité de réflectivité $R = 97\%$.

EXERCICE 6 Réseau opto-acoustique (⋆⋆⋆)

On considère un réseau plan à transmission d'amplitude :

$$t(x) = 1 + \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right)$$

dont les « sillons » sont perpendiculaires à l'axe Ox.

Ce type de réseau est obtenu en faisant varier l'indice de réfraction d'un milieu en envoyant une onde sonore à haute fréquence (de l'ordre de 30 MHz) par effet piézoélectrique.

Il est éclairé, sous incidence normale, par un faisceau monochromatique (longueur d'onde λ) de rayons parallèles issus d'une source ponctuelle. Le dispositif est représenté en *Figure 5*.

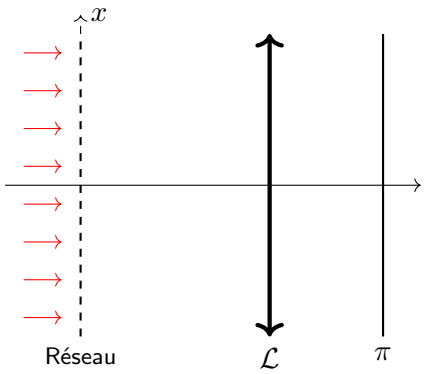


Fig 5. Réseau à transmission.

On observe dans le plan focal π d'une lentille convergente $\mathcal{L}$. Le réseau s'étend selon Ox de $x_1 = -\frac{\ell}{2}$ à $x_2 = \frac{\ell}{2}$.

1. Déterminer la répartition d'amplitude dans le plan.
2. On suppose $p \ll \ell$. En déduire l'éclairement dans le plan et expliquer ce que l'on observe.

EXERCICE 7 Dispositif à 4 trous (⋆⋆)

On considère un système interférentiel à quatre trous A, B, C et D formant les sommets d'un rectangle de côtés $2a$ et $2b$. À la distance D du plan contenant les quatre trous, on place un écran d'observation. On a $D \gg a$ et b.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

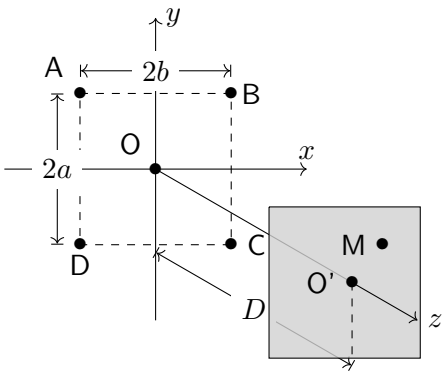


Fig 6. Système interférentiel à quatre trous.

1. Déterminer les distances AM, BM, CM et DM (on effectuera un développement limité à l'ordre 1).
2. Donner les expressions des champs électriques associés à ces quatre ondes au point M.
3. Comment se simplifient ces expressions si on considère la zone centrale de l'écran de petite taille par rapport au rectangle que forment les quatre sources ?
4. En déduire l'aspect de la figure d'interférence.

Viser l'X

EXERCICE 8 Réseau de réflexion (⋆⋆⋆)

On considère un dispositif de N miroirs disposés selon la *Figure 7*. Une onde de l'ongueur d'onde $\lambda \gg a$ arrive en incidence normale au dessus du dispositif.

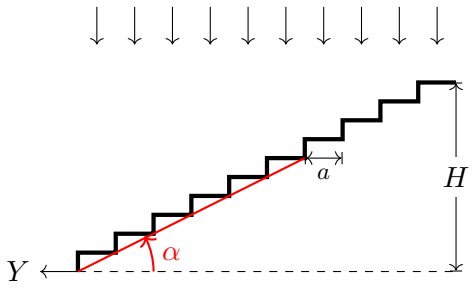


Fig 7. Réseau de réflexion.

1. Décrire l'intensité lumineuse de l'onde réfléchie sur un écran placé très loin du dispositif.

EXERCICE 9 Plaque percée (⋆⋆⋆)

On considère une plaque percée de $N \gg 1$ motifs identiques et aléatoirement répartis sur la plaque. On éclaire cette plaque avec une OPPH.

1. Décrire l'intensité lumineuse sur un plan placé très loin de cette plaque.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/