Système fermé (MP)

EXERCICE 1 Climatiseur (⋆⋆)

On considère un climatiseur qui décrit des cycles entièrement réversibles. Soit une pièce de capacité thermique $C \simeq 5,0$ MJ · K^{-1} en contact avec le milieu extérieur à $T_a \simeq 308$ K. On veut ramener la pièce à la température $T_f \simeq 293$ K alors qu'elle est initialement à $T_i = T_a$.

1. Faire un schéma de principe du climatiseur en précisant les signes.
2. Montrer qu'une machine thermique motrice ne peut être monotherme.
3. Quel travail électrique minimum doit-on fournir pour obtenir $T_f \simeq 293$ K ?
4. Quelle est la durée de l'opération sachant qu'on dispose d'un appareil de $\mathcal{P} \simeq 250$ W ?

EXERCICE 2 Double combustion (⋆⋆)

Dans les moteurs DIESEL à double combustion, le cycle décrit par le mélange air-carburant est modélisable par celui d'un système fermé représenté en coordonnées de WATT de la *Figure 1*. Après la phase d'admission $1' \to 1$ qui amène le mélange au point 1 du cycle, celui-ci subit une compression adiabatique supposée réversible jusqu'au point 2. Après injection du carburant en 2, la combustion s'effectue d'abord de façon isochore de 2 à 3 puis se poursuit de façon isobare de 3 à 4. La phase de combustion est suivie d'une détente adiabatique à nouveau prise réversible de 4 à 5, puis d'une phase d'échappement isochore $5 \to 1$ puis isobare $1 \to 1'$.

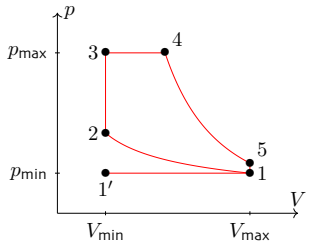


Fig 1. Cycle thermodynamique.

Au point 1 du cycle, la pression $p_{\min} \simeq 1,0$ bar et la température $T_{\min} \simeq 293$ K sont minimales. La pression maximale, aux points 3 et 4, est $p_{\max} \simeq 60$ bar et la température maximale, au point 4, vaut $T_{\max} \simeq 1703$ K. Le rapport volumétrique de compression vaut $\beta = \frac{V_{\max}}{V_{\min}} \simeq 17$.

On suppose que le mélange air-carburant se comporte exactement comme l'air, c'est-à-dire comme un gaz parfait diatomique de masse molaire $M \simeq 29$ g · mol^{-1}, et de capacités thermiques respectives C_p et C_v, et on note $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \simeq 1,4$.

1. Exprimer les températures T_2, T_3 et T_5 en fonction de $p_{\min}$, $p_{\max}$, $T_{\min}$, $T_{\max}$ et β. Calculer les valeurs numériques.
2. Calculer le transfert thermique massique q_c reçu par l'air au cours de la phase de combustion $2 \to 4$.
3. Calculer le transfert thermique massique q_f échangé avec le milieu extérieur entre les points 5 et 1.
4. En déduire le travail massique w échangé au cours d'un cycle.
5. Définir et calculer le rendement de ce moteur. Commenter la valeur trouvée.
6. Proposer un revêtement interne dans la chambre de combustion qui résiste à la température $T_{\max}$.

EXERCICE 3 Turbomoteur Brayton (⋆⋆)

Un turbomoteur est modélisé par le cycle de BRAYTON-JOULE décrit par une masse $m = 1$ kg d'air, assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M \simeq 29$ g · mol^{-1} et de rapport des capacités thermiques $\gamma \simeq 1,4$. L'état initial A est caractérisé par $T_A = 290$ K et $p_A = 1$ bar. Le cycle réversible se décompose ainsi :

- **A** $\to$ **B** : Compression isentropique dans le compresseur avec un rapport de pression $b = p_B/p_A = 5,0$.
- **B** $\to$ **C** : Apport thermique isobare dans la chambre de combustion par injection de carburant.
- **C** $\to$ **D** : Détente isentropique dans la turbine jusqu'à la pression initiale p_A.
- **D** $\to$ **A** : Refroidissement isobare dans un échangeur thermique pour fermer le cycle.

1. Représenter le cycle dans les diagrammes de CLAPEYRON (p, V) et entropique (T, s). Justifier l'allure des isobares dans le diagramme (T, s).
2. Exprimer le rendement thermodynamique η du cycle en fonction du taux de compression b et de γ. Calculer sa valeur numérique.
3. On injecte une masse $m_c = 50$ g de carburant de pouvoir calorifique $q = 50$ MJ · kg^{-1}. Déterminer la température maximale T_C atteinte par le fluide.

Système ouvert (MP)

EXERCICE 4 Capsule de CO_2 (⋆⋆)

Une capsule de CO_2 pour recharger un pneu contient 16 g de dioxyde de carbone.

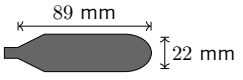


Fig 2. Capsule de CO_2.

1. Décrire l'état du CO_2 dans chaque zone du diagramme. Nommer les courbes affichées et placer le point critique C. Justifier le fait que les courbes isothermes et isenthalpes soient confondues dans le domaine du liquide.
2. Estimer la masse volumique μ du CO_2 comprimé dans la capsule et placer le point correspondant à l'état du CO_2 à température ambiante ($T \simeq 20$°C).
3. Dans cette zone, le comportement du CO_2 est-il celui d'un gaz parfait ? Dans quelle zone du diagramme le CO_2 se comporte-t-il comme un gaz parfait ? Estimer la valeur de c_p, la capacité thermique massique à volume constant du CO_2 dans ce domaine.
4. En perçant la capsule, le CO_2 subit une détente jusqu'à la pression atmosphérique $p \simeq 1$ bar pour regonfler un pneu. Quel nom porte cette détente ? Estimer la chute de température du gaz détendu.

Données :

Masse de la capsule : 59 ± 1 g ;
Masse volumique des parois : $(59 \pm 1,2) \times 10^3$ kg · m^{-3} ;
Volume de la cartouche : $25,0 \pm 0,2$ mL.

EXERCICE 5 Centrale thermique (⋆⋆)

Une centrale thermique fournit une puissance $\mathcal{P} \simeq 1,0$ GW. Le fleuve qui lui sert de source froide est de température moyenne $T_2 \simeq 15$°C et possède le débit volumique $D \simeq 400$ m^3 · s^{-1}.

La température du cœur de la centrale est $T_1 \simeq 750$ K. On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide $c \simeq 4,18$ kJ · kg^{-1} · K^{-1} et $\mu \simeq 1,0 \times 10^3$ kg · m^{-3} la masse volumique de l'eau liquide.

L'eau, qui sert de fluide caloporteur, subit le cycle suivant :

- Compression de liquide saturant jusqu'à 50 bar ;
- Évaporation isobare jusqu'à T_1 ;
- Détente jusqu'à T_2 sous état de vapeur saturante ;

1. Sachant que le rendement η de la centrale est égal à 40% du rendement maximal de la machine qui fonctionnerait entre les deux mêmes sources, calculer le rendement de la centrale thermique.
2. Placer les différents états de l'eau sur le diagramme de MOLLIER et en déduire le débit massique d'eau nécessaire pour assurer la puissance mécanique requise.
3. Exprimer le transfert thermique reçu par le fleuve en une seconde.
4. Exprimer puis calculer alors l'élévation de température $\Delta\theta$ de l'eau du fleuve au cours de sa traversée de la centrale.

facteur de Boltzmann (MP)

EXERCICE 6 Expérience de Jean Perrin (⋆⋆)

Au début du XX$^{\text{ème}}$ siècle, JEAN PERRIN a mesuré le nombre d'AVOGADRO en introduisant des sphérules (toutes petites sphères) de caoutchouc végétal dans une cuve remplie d'eau maintenue à une température constante $T \simeq 293$ K. La cuve est un parallélépipède de base carrée (longueur L selon Ox et Oy) et de hauteur $h \simeq 100$ μm selon Oz. On note N le nombre total de sphérules introduites.

Données :

rayon d'une sphérule : $r \simeq 0,212$ μm ;
masse volumique de l'eau : $\mu \simeq 1,003$ g · mL^{-1} ;
masse volumique des sphérules :
$\rho \simeq 1,194$ g · mL^{-1} ;
accélération de la pesanteur : $g \simeq 9,8$ m · s^{-2}.

1. Chaque sphérule est soumise à son poids et à la poussée d'ARCHIMÈDE qu'elle subit de la part de l'eau.
   a. Exprimer l'énergie potentielle totale d'une sphérule $\mathcal{E}_p(z)$ en fonction de son altitude z au-dessus du fond de la cuve.
   b. Calculer $\mathcal{E}_p(h)$, énergie potentielle au sommet de la cuve.
2. On suppose que les sphérules obéissent à la statistique classique de BOLTZMANN. Établir la condition de normalisation. Compte-tenu de la valeur numérique obtenue à la question précédente, simplifier l'expression obtenue.
3. Calculer la probabilité $\mathrm{d}\mathbb{P}(z)$ pour qu'une sphérule soit située dans une tranche de la cuve délimitée par les altitudes z et $z + \mathrm{d}z$, quelle que soit sa vitesse. En déduire le nombre moyen $\mathrm{d}N(z)$ de sphérules situées entre z et $z + \mathrm{d}z$, en fonction de R, T, r, ρ, μ, g, z et $\mathrm{d}z$.

JEAN PERRIN a divisé la cuve en tranches de très petites épaisseurs e, situées à différentes altitudes z_i qu'il a observées au microscope en prenant des photos de chaque tranche. Il a pu en déduire le nombre moyen N_i de sphérules dans chaque tranche. Ses résultats sont donnés dans le tableau de la *Figure 3*.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

z_i (en μm)	5	35	65	95
N_i	100	47	23	12

Fig 3. Résultats expérimentaux.

4 Déduire de ces mesures une valeur de la constante de Boltzmann, puis du nombre d'Avogadro.

Système fermé (MP*)

EXERCICE 7 Pompe à chaleur (⋆⋆⋆)

Une pompe à chaleur fait décrire des cycles réversibles à un fluide qui est le siège de transferts thermiques avec l'air extérieur comme source froide et de température constante $T_e \simeq 275$ K et avec la pièce de capacité thermique $C \simeq 4272$ kJ · K^{-1} considérée comme une source chaude de température évolutive que l'on note T. Le moteur affecté à cette pompe lui fournit une puissance moyenne $\mathcal{P} \simeq 300$ W.

La pièce est supposée être parfaitement isolée thermiquement et initialement aérée donc à température de l'air extérieur ; on met en marche la pompe à chaleur à une date prise comme origine $t = 0$.

1 Exprimer la loi donnant l'évolution de la température de la pièce au cours du temps. Commenter. Calculer la durée de fonctionnement de la pompe pour élever la température de la pièce de T_e à $T_i \simeq 291$ K.

En réalité, la machine n'est pas parfaite et les causes d'irréversibilité font que son rendement comparé à une machine idéale est $r \simeq 0,6$.

2 En déduire, dans le cadre de l'application numérique précédente, le pourcentage de gain entre le chauffage par pompe à chaleur et le chauffage direct par résistance chauffante de même puissance $P \simeq 300$ W. Interpréter.

Il est évident que le modèle précédent a ses limites et que l'isolation thermique de la pièce ne peut pas être parfaite. On considère alors que la pièce est le siège d'un transfert thermique vers l'extérieur caractérisé par la puissance de fuite :

$$\mathcal{P}_f = \frac{\delta Q}{\mathrm{d}t} = -aC(T - T_e)$$

où a est une constante positive qui caractérise la déperdition. La température de la pièce étant $T_i \simeq 291$ K et la pompe étant arrêtée, on constate que la température baisse de $0,4$ K en une heure.

3 En déduire la valeur numérique de a.

Un thermostat est chargé de la régulation de l'installation : il déclenche la mise en marche de la pompe lorsque la température de la pièce est $T_i' \simeq T_i - 0,2$ et stoppe le fonctionnement lorsque celle-ci est remontée à T_i.

4 Déterminer le temps de fonctionnement de la pompe (en tenant compte de son rendement réel) lors de chaque échauffement. En déduire la consommation journalière en kWh pour l'entretien de la température.

EXERCICE 8 Rendement d'un moteur diesel (⋆⋆)

Le cycle du moteur diesel comporte quatre temps :

1 : admission de l'air seul $A \to B$.

2 : compression isentropique $B \to C$.

3 : introduction du combustible après la compression de l'air seul et échauffement isobare $C \to D$ suivi d'une détente isentropique $D \to E$.

4 : refroidissement isochore $E \to B$ puis échappement sous pression atmosphérique $B \to A$.

On suppose de plus que le gaz est correctement décrit par le modèle du gaz parfait.

1 Déterminer le rendement du cycle diesel en fonction de γ et des taux de compression $a = \frac{V_B}{V_C}$ et $b = \frac{V_B}{V_D}$.

Système ouvert (MP*)

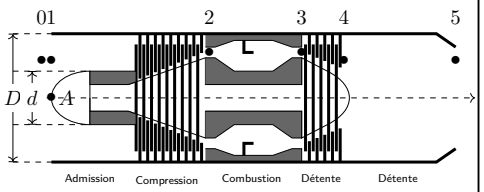
EXERCICE 9 Autonomie de vol (⋆⋆)

Un avion équipé d'un turboréacteur vole à une vitesse constante $v \simeq 900$ km/h.

On assimile l'air à un gaz parfait diatomique de masse volumique $\mu \simeq 15,5$ g · m^{-3} subissant une série de transformations réversibles :

- L'air est admis dans la soufflante en 0 à la pression $p_0 \simeq 0,010$ bar et à la température $T_0 \simeq -50$°C et est comprimé de manière isentropique jusqu'au point 1. Le point A marque le point d'arrêt d'écoulement de l'air de sorte que l'on puisse considérer ensuite un écoulement à faible vitesse dans le turboréacteur.
- L'air est ensuite comprimé dans le compresseur avec un taux de compression $\tau \simeq 4$.
- L'air est mélangé avec un débit $\dot{m}_c$ de kérosène, de pouvoir calorifique moyen $q \simeq 43$ MJ · kg^{-1} et enflammé à pression constante jusqu'à atteindre une température $T_3 \simeq 1300$ K.
- L'air est ensuite détendu dans la turbine qui renvoie l'intégralité du travail fourni par l'air aux aubages vers le compresseur.
- L'air est ensuite accéléré dans la tuyère et expulsé à la vitesse v_5 au point 5 à pression $p_5 = p_0$.

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/



Données : $R \simeq 8,314$ J · K^{-1} · mol^{-1}, $\gamma = \frac{c_p}{c_v} \simeq 1,4$, $M(\text{air}) \simeq 28,8$ g · mol^{-1}, débit massique aspiré $D_m \simeq 1,50$ kg · s^{-1}.

1 Déterminer l'état de l'air dans chaque partie du moteur et calculer le rendement du cycle défini par $\eta = \frac{D_m(v_5 - v)v}{\dot{m}_c q}$ puis déterminer la masse de carburant à embarquer pour garantir une autonomie de 10 000 km à un avion biréacteur.

EXERCICE 10 Chauffe-eau thermodynamique (⋆⋆)

Afin de chauffer de l'eau domestique à température $T \simeq 75$°C, un chauffe-eau thermodynamique à propane utilise le cycle thermodynamique suivant :

$1 \to 2$ compression d'un fluide saturant jusqu'à la pression p_2 ;

$2 \to 3$ condensation à pression constante, jusqu'à liquéfaction totale du fluide.

$3 \to 4$ détente dans un détendeur calorifugé ;

$4 \to 1$ évaporation à pression constante du mélange diphasique jusqu'à l'état de vapeur saturante.

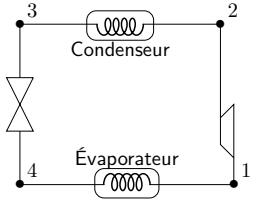




Fig 4. Chauffe-eau thermodynamique (en coupe à droite et représentation de chaque organe de la machine à gauche). L'évaporateur, qui permet un échange de chaleur avec l'air extérieur, n'est pas représenté sur la figure.

La source froide est constituée par de l'air extérieur aspiré à 20°C. Afin de garantir des échanges thermiques suffisamment rapides dans les échangeurs thermiques, on choisit de réserver une température de pincement de 5°C dans chaque échangeur. Le propane décrit donc des cycles entre $T_c \simeq 80$°C et $T_f \simeq 10$°C.

1 En supposant une compression $1 \to 2$ isentropique, et par lecture graphique sur le diagramme des frigoristes du propane, déterminer la pression p_2 et la température T_2 du point 2 sachant que le fluide à l'état 2 doit ensuite céder de l'énergie thermique à l'eau chaude du chauffe-eau.

2 Identifier les enthalpies des points 1 à 4 par lecture graphique sur le diagramme thermodynamique du propane.

3 Le rendement isentropique du compresseur est $\eta = 0,9$. Quelle est l'enthalpie réelle du point 2 ?

4 Déterminer le COP ϵ de la machine thermique avec un compresseur isentropique.

5 En déduire le débit de masse $\dot{m}$ à imposer pour obtenir une puissance de chauffe $\mathcal{P} \simeq 3,0$ kW.

6 Estimer la durée de chauffage de 300 L d'eau contenus dans le chauffe-eau thermodynamique rempli initialement à 15°C. La capacité thermique de l'eau étant $c \simeq 4,185$ kJ · kg^{-1} · K^{-1}.

facteur de Boltzmann (MP*)

EXERCICE 11 Atmosphère polytropique (⋆⋆)

Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/

L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire M et on se donne dans l'atmosphère une relation phénoménologique de la forme : $\frac{p}{\mu^k} = \text{cte}$, appelée relation polytropique d'indice k. k est une constante donnée, ajustable aux données expérimentales. Le modèle de l'atmosphère polytropique constitue une généralisation du modèle de l'atmosphère isotherme pour lequel on aurait $k = 1$. Dans la suite on prend $k \neq 1$. Au niveau du sol, en $z \simeq 0$, on note la pression p_0, la température T_0 et la masse volumique μ_0.

1. Établir que $p(z)$ est donnée par la relation 1 :

$$p = p_0 \left(1 - \frac{k-1}{k} \frac{gzM}{RT_0}\right)^{\frac{k}{k-1}} \qquad (1)$$

2. En déduire $T(z)$ et montrer que $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}(z)$ est une constante.
3. Calculer k sachant que $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z} \simeq -7 \times 10^{-3}$ K · m^{-1}.

EXERCICE 12 Nucléation (⋆⋆)

Les chambres à brouillard sont des appareils qui permettent de repérer la trajectoire des particules à l'instar de celles représentées sur la *Figure 5*.

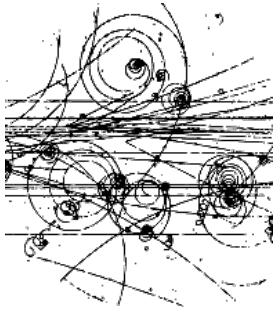


Fig 5. Trajectoire de particules dans la chambre à brouillard.

Le principe de détection repose sur la nucléation métastable de vapeur d'alcool dans une chambre refroidie à $-20°$C. Le passage d'une particule dans la vapeur d'alcool laisse un sillon de rosée d'alcool.

1. En considérant un cristal cubique (paramètre de maille a) de N^3 atomes (avec $N \gg 1$) liés à leurs voisins par une énergie de liaison $-\frac{\epsilon}{3}$, montrer que l'énergie potentielle de cohésion $\mathcal{E}$ du cristal prend la forme :

$$\mathcal{E} = -\alpha V + \gamma S$$

avec respectivement V et S le volume et la surface du cristal et α et γ à exprimer en fonction de ϵ et a. Analyser l'influence d'une variation de volume V et d'une variation de surface S sur l'énergie du cristal.

Dans le cas d'une goutte d'alcool en nucléation à $-20°$C, $\alpha = (p_{\text{sat}} - p)$ avec $p_{\text{sat}} \simeq 3,4$ mbar la pression de saturation et p la pression partielle de l'alcool (de l'ordre de 80 mbar correspondant à la pression de saturation à $25°$C). Le coefficient $\gamma \simeq 22,3 \times 10^{-3}$ N · m^{-1} est appelé *tension de surface*.

2. Exprimer l'énergie de cohésion $\mathcal{E}(r)$ de la goutte sphérique de rayon r. Identifier un rayon critique r_c en deçà duquel la goutte liquide est instable et s'évapore. Identifier l'expression de l'énergie de nucléation $\mathcal{E}_0$. Interpréter le phénomène de surcondensation observé sur les vapeurs d'alcool.

La transformation physique $CH_3 - CH_2 - OH_{(g)} \rightarrow CH_3 - CH_2 - OH_{(\ell)}$ est considérée statistiquement aléatoire et suivant une loi d'Arrhénius dont la densité volumique de probabilité par unité de temps est de la forme :

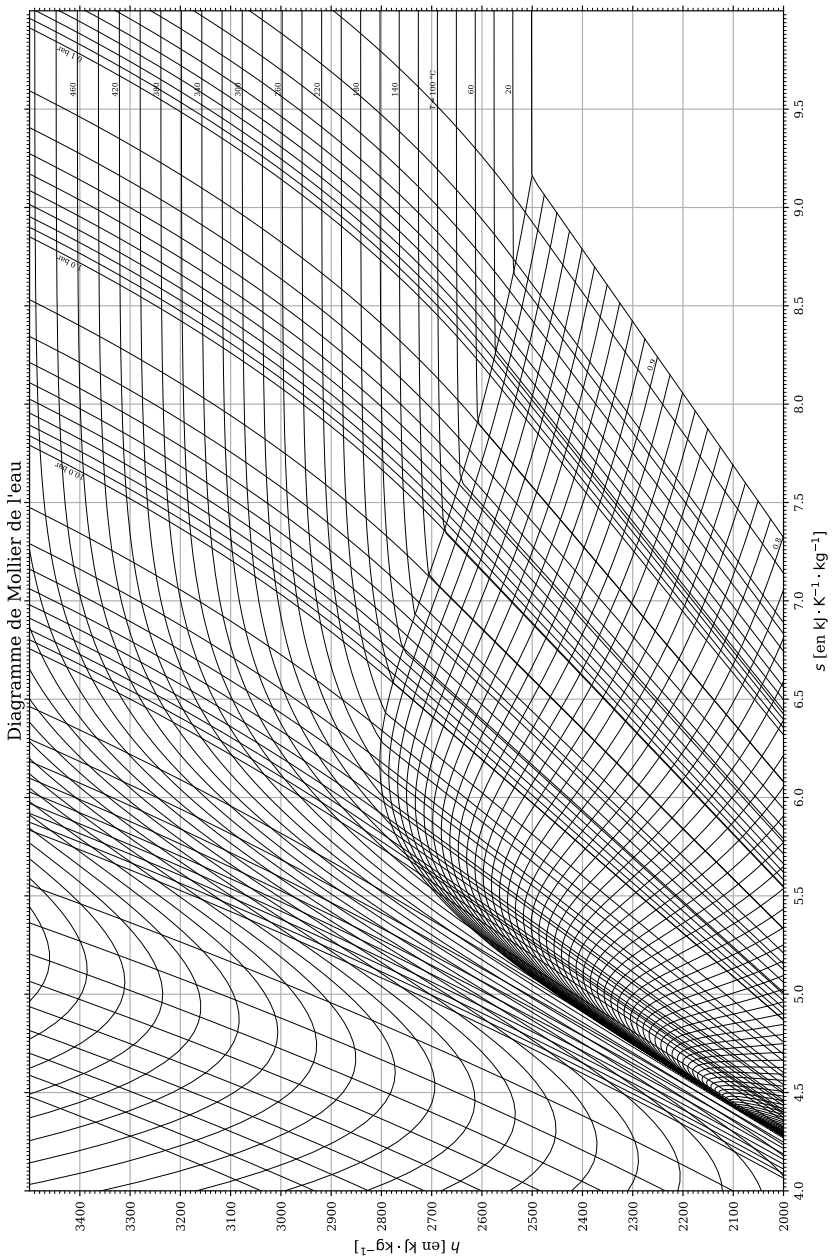
$$A e^{-\frac{\mathcal{E}_0}{k_B T}}$$

3. Exprimer la probabilité $\mathrm{d}\Sigma$ d'observer une nucléation entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$ dans l'enceinte de volume V_0. $\Sigma(t)$ représente ainsi la probabilité d'observer une nucléation entre l'instant 0 et l'instant t. Identifier la constante de temps du phénomène.

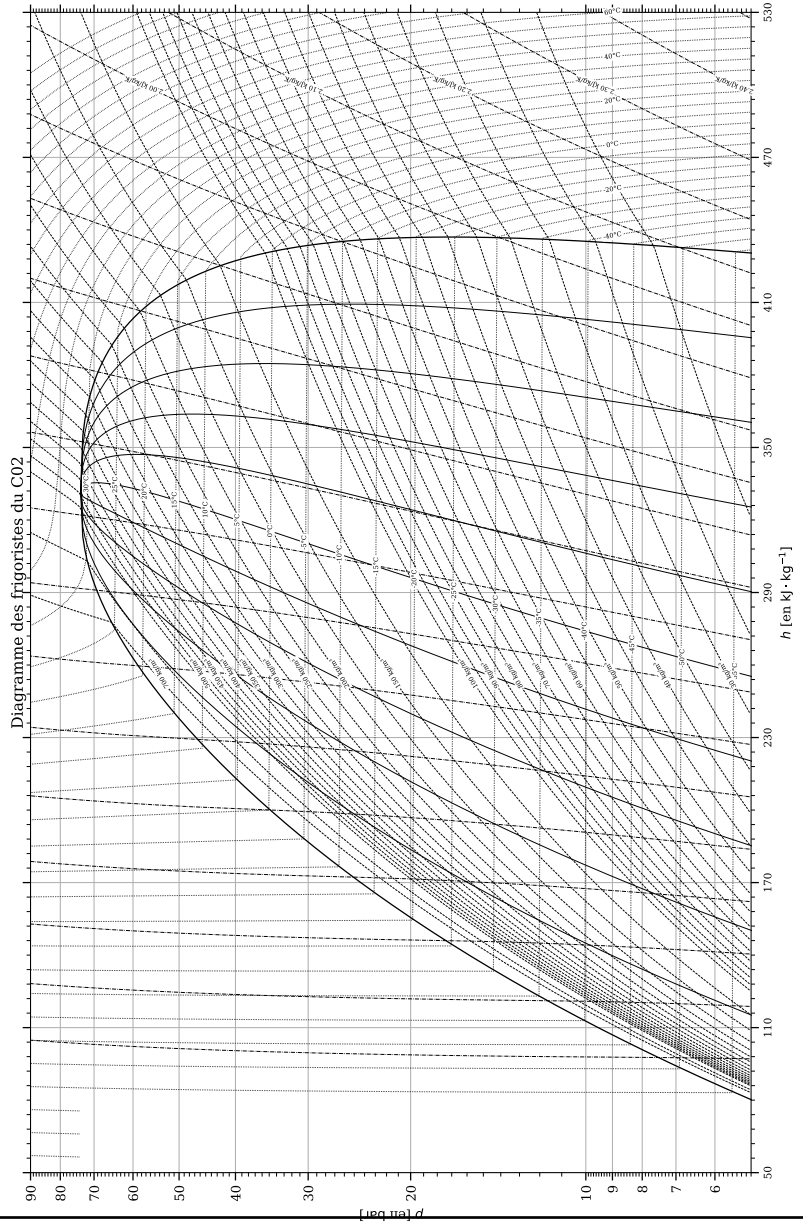
Le passage d'une particule dans les vapeurs d'alcool a un effet équivalent à une diminution de la valeur de $\mathcal{E}_0$.

4. Expliquer pourquoi un sillon de goutelettes se forme sur la passage de la particule.

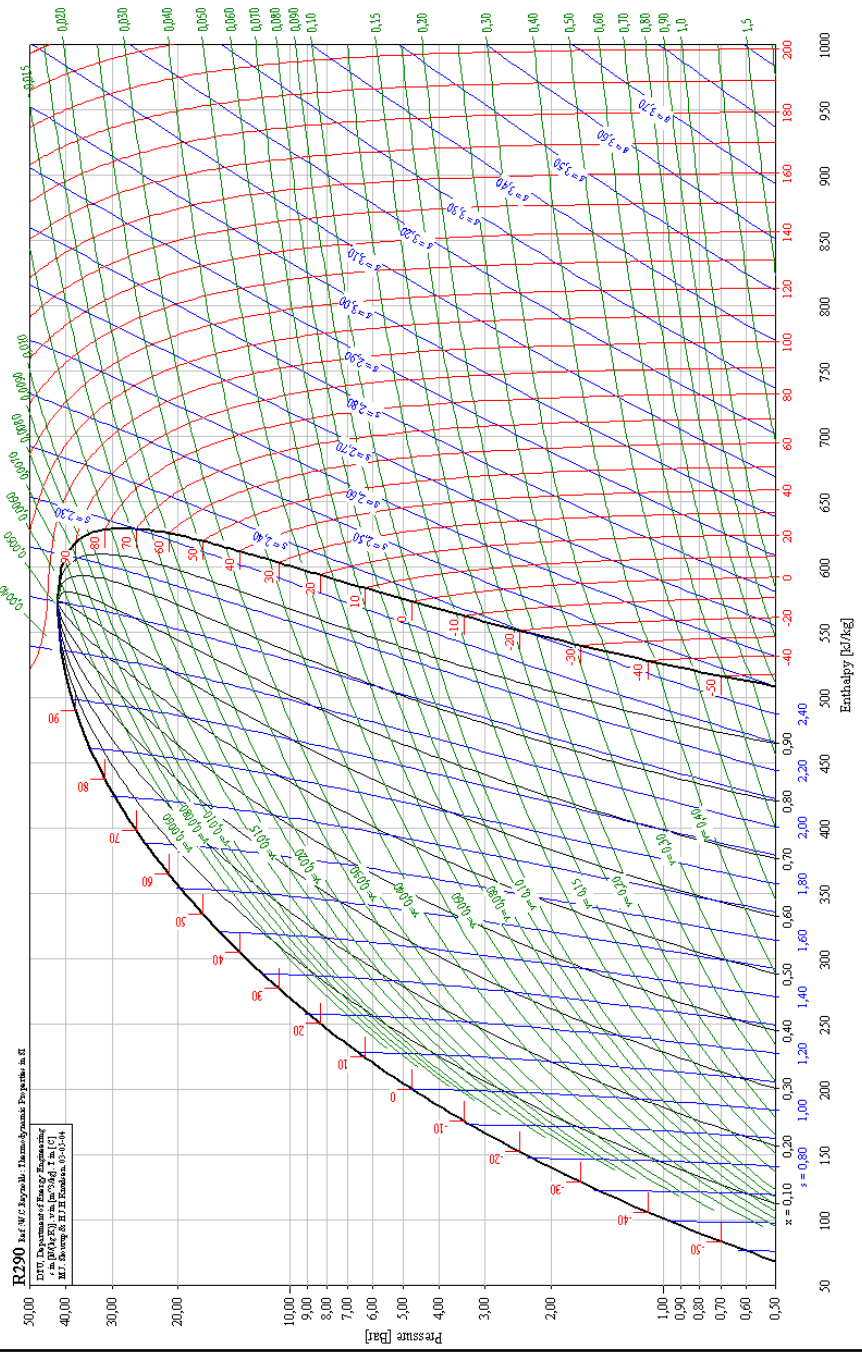
Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/



Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/



Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/



Document sous licence Creative Commons « Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale 3.0 non transposé (CC BY-NC 3.0) ».
Pour plus d'informations : creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/